Académie de Stanislas – 4 février 2022

La météorologie, la dynamique du système solaire et la théorie du chaos

Jean-Louis Clerc

La première mention explicite de la théorie du chaos date de l'année 1975, dans un article de T.-Y. Li et J. Yorke. Il s'agit d'un effort pour unifier des travaux de chercheurs qui différaient dans leurs méthodes, mais avaient clairement des objectifs communs. On peut considérer que le grand-père de la théorie est Henri Poincaré. Ses travaux sur la stabilité du système solaire, puis sur le problème des 3 corps l'amenèrent à créer la théorie des systèmes dynamiques. Dans ses recherches, il identifie des phénomènes qui aujourd'hui relèvent de la théorie du chaos. Son approche reste qualitative, c'est l'utilisation d'ordinateurs qui permettra ultérieurement de développer les aspects quantitatifs correspondants.

L'expression « théorie du chaos » sonne comme un oxymore : le mot chaos suggère le désordre, l'absence de toute règle ou loi, l'impossibilité même de décrire ou de prévoir l'évolution, là où une théorie est descriptive, structurante et s'efforce de prévoir l'évolution. D'ailleurs les deux systèmes que nous allons examiner n'évoquent pas vraiment le chaos. L'essentiel de la météorologie est de prévoir le temps, même si la prévision ne vaut que pour une durée limitée, et le système solaire fait plutôt figure d'un modèle de régularité, à preuve, c'est la durée de la rotation de la terre autour du soleil qui a longtemps servi pour définir l'unité de temps.

La théorie du chaos est une branche des mathématiques, mais historiquement, elle a été très inspirée par la physique. Les phénomènes qui relèvent de cette théorie ont été rencontrés très tôt, mais écartés ou évités, en raison de la difficulté à seulement les décrire avec précision ou de pouvoir les répéter dans l'idée d'une étude expérimentale. Par exemple, lorsque Galilée s'intéresse au problème de la chute des corps, il est conscient que la chute du haut de la tour de Pise d'un boulet de canon ou celle d'une feuille de papier ne se déroulent pas de la même manière. Mais, à juste raison, et en conformité avec les principes méthodologiques que Descartes explicite dans le Discours de la Méthode, il s'intéresse au boulet de canon plutôt qu'à la feuille de papier. Il sait que c'est l'interaction avec l'air qui explique en grande partie la différence entre les deux chutes, affectant nettement plus la chute de la feuille que celle du boulet. Déjà, en chiffonnant la boule de papier, on obtient une chute plus semblable à celle du boulet, une expérience dans le vide (impossible à son époque) montrerait que la chute est identique dans les deux cas. Récemment une équipe de chercheurs a étudié des phénomènes analogues à ceux de la chute de la feuille de papier, combinant la force de gravitation et la résistance de l'air, et ont effectivement montré qu'il s'agit d'un phénomène chaotique. De même, les phénomènes de turbulence avaient été observés, notamment dans l'écoulement des fluides. Mais ce sont les canaux ou les longs fleuves tranquilles qu'il paraissait plus raisonnable d'étudier plutôt que les torrents impétueux ou les vagues venant se désintégrer sur une côte rocheuse.

En 1684, Newton résout le problème de la dynamique du système formé du Soleil et d'une planète. Combinaison des lois fondamentales de la dynamique et de la loi de la gravitation universelle, le résultat est conforme aux lois de Kepler, obtenues par un long travail numérique à partir des observations de Tycho-Brahé. Les astronomes, et Newton en premier, vont alors s'attaquer au problème de décrire la dynamique du système Soleil + Terre + Lune (un cas particulier du problème à trois corps). Ils entreprennent aussi l'étude du système Soleil + planètes (cas particulier du problème à N corps). Dans les deux cas, il faut tenir compte de l'ensemble des forces de gravitation entre les planètes, et pas seulement de celle entre chaque planète et le Soleil. Les efforts pour résoudre ces deux problèmes amènent rapidement à la conclusion qu'il y a peu d'espoir de trouver des solutions exactes et explicites à ces deux problèmes. C'est le début d'une longue série de travaux, dans lesquels vont s'illustrer entre autres Lagrange et Laplace au début du XIX[e] siècle jusqu'à Henri Poincaré plus tard. Mais déjà Newton s'était intéressé à ce problème, et en y réfléchissant, il en vint à penser que les modifications des trajectoires pourraient être si fortes qu'il n'était pas impossible qu'une planète s'échappe du système solaire, Mercure, la planète la plus petite et la plus proche du Soleil étant la meilleure candidate. C'est ainsi que commence le débat sur la stabilité à long terme du système solaire. Que la dynamique du système solaire à long terme puisse relever de la théorie du chaos fut entrevu par Henri Poincaré et a été confirmé par des travaux récents.

Une autre contribution importante pour la genèse de la théorie du chaos provient de la météorologie. Dans les années 60, dans un effort pour comprendre pourquoi il paraissait si difficile de faire des prévisions au-delà de quelques jours, le météorologue Edward Lorenz mit à jour le caractère chaotique des équations à la base de la prévision numérique du temps, et je vais maintenant présenter ses résultats.

Je ne suis pas météorologue, ma culture en la matière est celle d'un autodidacte et, selon l'expression consacrée, je prends le risque de sortir de ma zone de confiance. A dire vrai, il eut été moins risqué pour moi de présenter la théorie du chaos comme une théorie mathématique. Mais j'ai estimé qu'une telle présentation serait délicate, car elle nécessite d'expliciter certains concepts de mathématiques, dont l'assimilation demande un peu de temps à un auditoire non spécialisé et rend l'effort d'attention rapidement difficile à soutenir. Il y a dans la communication sur des sujets scientifiques des difficultés liées à ce que j'ai pris l'habitude de désigner sous le nom du syndrome du traducteur. Il s'agit d'une allusion à un jeu de mots qui circule dans le milieu des traducteurs (de romans, de poésie ou de théâtre) : « Traduire, c'est trahir ».

Le syndrome vaut pour toutes les sciences, mais il est maximal pour les mathématiques, qui sont une discipline particulière, maintenant axiomatisée, et de fait largement formalisée, dans laquelle tous les termes (même s'ils sont empruntés à la langue d'usage) sont définis et progressivement construits à partir de quelques axiomes initiaux. La communication à un public généraliste de résultats mathématiques s'apparente alors à une traduction d'un langage formel dans une langue d'usage. Le conférencier doit arbitrer entre sa volonté d'être compris de son auditoire et sa fidélité à la précision et la logique de la démonstration qui sont constitutives et garantes du sérieux des mathématiques. Certains sujets s'y prêtent assez aisément. Des graphiques, des dessins ou des animations peuvent aider. Pour ma part, j'ai choisi pour cette présentation de retracer l'histoire de deux situations (relevant de la physique) qui ont contribué à la genèse de la théorie du chaos.

Brève histoire de la météorologie jusqu'aux années 1960

L'histoire institutionnelle de la météorologie a une date de référence : le 14 novembre 1854, lors de la guerre de Crimée, une tempête terrible, après avoir traversé l'Europe de l'Ouest arrive en Mer Noire. N'ayant pas été prévenues, les marines françaises et anglaises ne peuvent se mettre à l'abri et sont dévastées. Une quarantaine de navires sont coulés ou drossés vers la côte et s'échouent. L'effet sur l'opinion en France est d'autant plus intense que la flotte française disposait pour la première fois de bateaux à coque métallique et à propulsion hélicoïdale. Le gouvernement confie alors à Urbain Le Verrier, directeur de l'Observatoire de Paris la création d'un office national, chargé de coordonner un réseau de stations chargées de recueillir des données météorologiques dans le cadre d'une coopération européenne. Des initiatives du même type avaient déjà été prises, notamment aux États-Unis et se généralisent rapidement. En 1873, une conférence internationale à Vienne décide de la création d'un Office Mondial de la Météorologie (OMI) qui devient effective en 1879. L'OMI standardise et coordonne le recueil des données et leur échange en utilisant le télégraphe, puis les ondes radio. Le recueil des données s'étend aux océans, en utilisant les marines militaires et les lignes régulières de transport maritime. Plus tard, des ballons-sondes permettent de collecter des données en altitude. Aujourd'hui, plus de 90 % des données viennent des satellites, à l'aide de capteurs électroniques d'une très haute sophistication.

C'est par le biais de cartes que ces données sont mises en valeur : à l'instar des courbes de niveau utilisées en géographie pour représenter l'altitude, les météorologues tracent des isobares (courbes reliant des points d'égale pression) et des isothermes (pour la température). On y note aussi la direction des vents par des flèches, et leur force par un codage symbolique.

Tout un travail conceptuel autour de la météorologie, commencé avant la mise en place des réseaux de relevés des données se développe au cours du XIX^e^ siècle et de la première moitié du XX^e^ siècle. Pour mémoire, mentionnons l'apport de Pascal, qui, à la suite de Torricelli étudie la pression atmosphérique. Il est le premier à comprendre que l'atmosphère doit avoir une épaisseur limitée. Son nom a été choisi par le Comité International des Poids et Mesures pour l'unité de pression. En 1686, la cartographie des alizés par Halley, un proche de Newton, est l'occasion de comprendre le rôle du rayonnement solaire et de la convection en météorologie. Plus tard, en 1735, Hadley complète l'étude d'Halley et précise le rôle de la rotation de la terre sur elle-même dans la direction des alizés. L'école scandinave de la météorologie introduit la notion de front, une ligne de séparation entre masses d'air froid et masses d'air plus chaud, à l'origine de fortes variations locales du temps, et dont l'identification sur les cartes va devenir centrale dans la prévision. La même école introduit la notion d'échelles, avec des phénomènes de grande échelle comme les cyclones tropicaux, dont la taille atteint le millier de kilomètres et la durée peut dépasser une semaine, comparés aux phénomènes de moyenne ou petite échelle comme les tornades, dont la taille est de l'ordre du km et la durée de quelques heures.

Parmi les précurseurs de la prévision numérique du temps, mentionnons le chercheur norvégien V. Bjerknes qui en 1904 est le premier à suggérer qu'on utilise les lois de la physique pour calculer l'évolution de l'atmosphère. Le britannique L. Richardson en 1922 est le premier à tenter de tels calculs. Il ne s'agit pas encore de prévision, il se propose de calculer l'évolution du temps à 24 heures d'intervalle, mais ses calculs lui demandent plusieurs semaines. C'est un échec, en raison de l'insuffisance des données utilisées et du recours à des méthodes de résolution numérique sommaires qui ne conviennent pas.

Dans les années 1960, il existe en concurrence trois approches en météorologie : la prévision synoptique, la prévision statistique linéaire et la prévision dynamique. La première, développée notamment par l'école scandinave de météorologie, s'appuie principalement sur les cartes et la compréhension des phénomènes météorologiques évoquée précédemment. Elle fournit d'assez bonnes prévisions notamment pour les phénomènes de grande échelle, mais reste largement qualitative et peine à donner des prévisions locales précises. La prévision statistique linéaire veut utiliser la masse de données accumulées depuis le milieu du XIX^e^ siècle, et les exploiter en profitant des nouvelles possibilités de calcul massif offertes par l'usage des ordinateurs, en utilisant les méthodes de ce qu'on appelle aujourd'hui l'analyse des données, sans faire appel à aucune théorie physique explicative. Elle fut rapidement abandonnée (sauf pour des usages particuliers), notamment parce qu'elle sous-estimait systématiquement les phénomènes extrêmes. La prévision numérique du temps, qui est aujourd'hui au cœur de la météorologie, repose sur l'utilisation des lois de la physique pour écrire des équations gouvernant l'évolution de l'atmosphère et en déterminer une solution approchée au moyen de calculs numériques sur ordinateurs.

La prévision numérique du temps et l'effet papillon

Avant de présenter les méthodes de la prévision du temps, il est nécessaire de décrire l'atmosphère. C'est une couche d'air entourant la Terre. Lorsque l'on s'éloigne à la verticale de la surface terrestre la densité de l'air diminue rapidement, et à une distance d'environ 100 km, la densité de matière est comparable à celle qui règne à mi-chemin de la Terre et du Soleil, autrement dit on a atteint le (quasi)vide intersidéral.

Le graphique ci-dessous donne la variation moyenne de la température en fonction de l'éloignement de la surface terrestre. Au sol, la température moyenne est de 15°C. Elle diminue d'environ 6°C lorsque l'on s'élève de 1000 mètres et ceci jusqu'à l'altitude de 10 km (un peu plus près de l'Équateur, un peu moins près des pôles) atteignant – 50°C. Cette première couche de l'atmosphère s'appelle la troposphère. Au-delà se situe une couche épaisse de quelques kilomètres, appelée la tropopause, dans laquelle la température reste constante. Ensuite, et jusqu'à environ 50 km, vient la stratosphère dans laquelle la température remonte graduellement jusqu'à approcher 0°C. La présence d'ozone dans cette couche provoque une réaction photochimique avec le rayonnement solaire qui dégage de la chaleur et réchauffe l'atmosphère ambiante. Les couches supérieures n'ont pas d'influence directe sur la météorologie. C'est dans la troposphère que se joue l'essentiel de la prévision du temps, la tropopause intervenant à travers les *jets streams*, des courants d'air plutôt réguliers mais très puissants, dont les pilotes d'avion ont appris à se méfier. L'influence de la stratosphère est limitée à quelques effets rares et encore mal connus.

La prévision météorologique du temps doit calculer sept grandeurs, soit sept fonctions dépendant de 4 variables. Les quatre variables sont les trois coordonnées d'espace (longitude, latitude et altitude) et le temps. Les sept fonctions sont :

- les trois coordonnées de la vitesse du vent
- la température
- la pression
- la densité de l'air
- le taux d'humidité de l'air (pourcentage de vapeur d'eau dans l'air)

On va combiner plusieurs lois de la physique classique pour obtenir un système de d'équations satisfaisant.

La description de l'évolution d'une masse d'air relève de la mécanique des fluides. Celle-ci repose sur les équations de Navier-Stokes, établies au milieu du XIXe siècle. Celles-ci ont été utilisées avec succès dans divers problèmes en hydrodynamique comme en aérodynamique. Toutefois, c'est la première fois qu'on les utilise pour un problème aussi complexe. L'espace de la météorologie est fortement anisotrope, la longitude, la latitude et l'altitude jouent des rôles très différents, en raison de la gravitation terrestre, de la rotation de la Terre sur elle-même et de l'inclinaison de l'axe de rotation de la Terre par rapport au plan dans lequel elle se déplace autour du Soleil. En dépit de très nombreux travaux jusqu'à ce jour, on ne sait pas résoudre les équations de Navier-Stokes par des formules explicites. Plus grave en un sens, on ne sait même pas démontrer que l'on en présence d'un problème bien posé. Un problème est dit bien posé si, étant données des conditions initiales (dans notre exemple l'état de l'atmosphère au temps t = 0 correspondant au départ de la prévision) il existe *une et une seule* solution des équations qui pour t = 0 correspond aux conditions initiales. Cette notion introduite par le mathématicien Jacques Hadamard est une condition indispensable pour qu'on puisse envisager de mettre en œuvre un calcul numérique de solutions approchées. On sait seulement que l'on peut le faire lorsque les données initiales sont proches du repos, condition qui n'est pas satisfaite pour les données météorologiques réelles. C'est le caractère non-linéaire des équations de Navier-Stokes qui sont à la source de ces difficultés.

Il faut aussi utiliser la thermodynamique pour intégrer les effets du rayonnement solaire. Si celui-ci est plutôt constant dans le temps, c'est le pouvoir de réflexion des surfaces terrestres, appelé albedo, qui varie de 0,90 pour une surface couverte de neige fraîche à 0,10 environ pour une surface couverte de forêts denses.

Il faut encore tenir compte de la rotation de la Terre autour du Soleil, et de sa rotation sur elle-même autour d'un axe Nord-Sud, qui est incliné par rapport au plan de l'écliptique (plan de la trajectoire de la Terre autour du Soleil). Ces mouvements sont responsables de l'alternance diurne/nocturne et du phénomène des saisons. Une autre conséquence plus subtile de la rotation de la Terre autour de son axe est décrite par la (pseudo-)force de Coriolis[1], un analogue tridimensionnel de la force centrifuge lors d'un mouvement circulaire dans un plan. C'est elle qui intervient dans le sens de rotation des cyclones ou dans l'orientation des alizés.

Les nuages sont une source de difficultés considérables, le cauchemar des météorologues pourrait-on dire. Leur formation est due à des phénomènes relevant de la microphysique, leurs formes, classifiées par des noms latins (cumulus, altostratus, etc.) sont très variées et leur influence sur le temps très diverse selon le type de nuages.

Il faut encore intégrer le relief de la Terre et tenir compte de l'influence des océans, principalement des grands courants océaniques, tel que le couple El Nino/ La Nina qui joue un rôle très important dans le climat de l'Océan pacifique Sud. Des phénomènes exceptionnels, tels que l'explosion d'un volcan ou de feux de forêt géants ont aussi des conséquences significatives, qu'il faut intégrer dans les prévisions.

C'est l'apparition des ordinateurs et la possibilité d'effectuer les calculs nécessaires dans une durée raisonnable qui relança la recherche. À l'aide d'hypothèses simplificatrices ou en variant les approches, dans une coopération entre météorologues, physiciens, mathématiciens et informaticiens, des algorithmes de calcul numérique efficaces finirent par être mis en place. En 1950, Charney, Fjörtoft et von Neumann réussissent ce qui est considéré comme la première prévision numérique du temps par ordinateur. La prévision était limitée dans le temps et dans l'espace, mais suffisante pour appréhender les phénomènes de grande échelle. Il fallut encore beaucoup d'efforts pour arriver à disposer d'une méthode efficace de prévision à l'échelle globale de l'atmosphère, telle que nous la connaissons aujourd'hui.

Les prévisions actuelles sont considérées comme fiables à 5 jours, et jusqu'à 10 jours pour les phénomènes de grande échelle.

Edward Lorenz et l'effet papillon

Edward Lorenz naît en 1917 au Connecticut (USA), obtient un master en mathématiques appliquées à l'Université de Harvard. A l'entrée en guerre des Etats-Unis, il est affecté dans un laboratoire de météorologie de l'Armée américaine. Il prend goût à la discipline et au retour de la paix entreprend une thèse au département de météorologie du MIT. Il y fait toute sa carrière académique, soutient sa thèse en 1948, et est nommé professeur en 1962. En 1983, il obtient le prix Crafoord. Il prend sa retraite en 1987 et décède en 2007, à l'âge de 90 ans. Son œuvre comporte des contributions majeures à la discipline, outre la découverte de ce qui est devenu célèbre sous le nom d'« effet papillon » que je vais maintenant présenter.

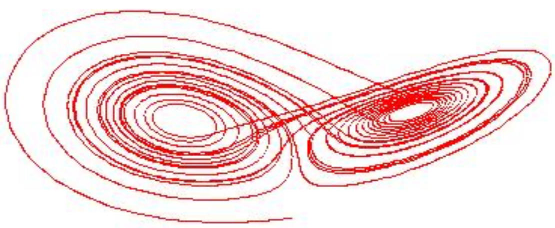
---

[1] À la naissance à Paris en 1792 de son fils Gaspard-Gustave de Coriolis, son père, issu de la noblesse provençale et membre de la Garde du Roi décide pour des raisons de sécurité de déménager à Nancy d'où est originaire sa femme. Le jeune Gaspard-Gustave y fait de brillantes études et est admis en 1808 à l'École Polytechnique. À la sortie de l'École, il rejoint le Corps des Ponts et Chaussées et effectue diverses missions comme ingénieur. Il n'apprécie guère ce métier, en partie en raison de sa santé fragile. Il se réoriente et obtient un poste de professeur à l'École Centrale des arts et manufactures, où il peut se consacrer à des travaux de recherche, en mécanique et en mathématiques. Sa santé se détériore, il décède en 1843. Peu de temps avant il avait été admis à l'Académie de Stanislas. Une rue de Nancy porte son nom.

En 1961, il travaille sur un modèle de prévision numérique du temps à douze équations. Il a fait l'acquisition d'un des premiers ordinateurs dits « de bureau », très loin toutefois des performances et des facilités d'utilisation des ordinateurs actuels. Les calculs s'effectuaient sur des nombres à 6 chiffres, l'ordinateur n'en retenant que les trois premiers lors de l'impression des résultats. En raison des interruptions (bugs) qui pouvaient survenir à l'imprévu au milieu des calculs, E. Lorenz avait pris l'habitude de faire deux fois les mêmes calculs. Les calculs lui donnent, par itération successive des pas de temps, l'évolution des douze variables décrivant l'état de l'atmosphère. Lors d'une séance de calculs, il a égaré les valeurs initiales à six chiffres de ses calculs et décide pour un second calcul, d'utiliser les valeurs initiales à trois chiffres qui, elles, figurent à la première ligne du listing d'impression en sortie de l'ordinateur, ajoutant trois zéros à droite pour en faire des nombres à 6 chiffres. Après exécution du programme, en comparant les deux listings de sortie, il constate que les résultats finaux sont très différents et en fait divergent entre eux après seulement quelques itérations. Il vient de découvrir ce qui sera appelé plus tard la sensibilité aux variations des conditions initiales. Ce phénomène, dû essentiellement à la non-linéarité des équations concernées a également été observé à la même époque dans d'autres problèmes non-linéaires. Lorenz y voit la clé de la difficulté à faire des prévisions météorologiques précises au-delà de quelques jours. Il veut comprendre plus profondément la situation. Il se convainc que ce sont les phénomènes de convection qui sont à la source de cette forme de faible prédictibilité en météorologie. En s'inspirant de résultats antérieurs, il élabore en 1962 un modèle particulièrement simple de la convection, sous forme un système dynamique à trois fonctions inconnues (x,y,z) dépendant uniquement du temps, qui s'écrit :

$$x' = a\,(y-x)$$
$$y' = bx-y-xz$$
$$z' = xy - cz$$

où a, b et c sont des paramètres, reflétant les propriétés du fluide considéré. Les données initiales sont les valeurs de x, y, z au temps initial t = 0. Par des théorèmes généraux, on sait qu'il y a toujours une et une seule solution du système satisfaisant aux conditions initiales. On ne peut pas écrire explicitement les solutions, mais les méthodes numériques classiques s'appliquent et on peut trouver des solutions approchées, aussi précises que l'on souhaite. Comme il s'en doutait, ce système possède une grande sensibilité aux conditions initiales. Il peut en préciser la dépendance exponentielle en fonction du temps. De plus, comme il n'y a que trois fonctions inconnues, on peut interpréter les trois fonctions comme les cordonnées d'un point mobile dans l'espace 3D et les représenter à l'aide de projections en deux dimensions. Pour certaines valeurs des paramètres a, b, c, il obtient des courbes solutions très étonnantes. Le dessin ci-dessous en montre un exemple.



Décrivons-le qualitativement. On devine deux zones dans l'espace, dont la position relative fait penser aux ailes déployées d'un papillon. La courbe décrit d'abord des trajectoires assez régulières semblables à des cercles situés dans la première zone, vaguement concentriques, mais de rayon variable, puis soudainement passe dans l'autre zone, où elle décrit à nouveau des courbes semblables à des cercles concentriques de rayon variable, puis au bout de quelques tours retourne de nouveau dans la première zone, et ainsi de suite. Le nombre de tours effectués entre deux changements de zones est très variable et impossible à prévoir. Il s'agit de courbes d'un type jamais rencontré en physique classique. La courbe n'est pas périodique, ne mène pas à une forme d'équilibre, et ne possède pas de courbe asymptote. En faisant varier même très peu les conditions initiales (le point de départ de la courbe), on obtient une courbe qui s'écarte très rapidement de la première, tout en ayant un comportement similaire. Affinant l'étude de ces courbes, Lorenz découvre qu'il y a un ensemble de points, particulièrement difficile à représenter en raison de sa structure fragmentée et diffuse à la fois, qui sera appelé ultérieurement un attracteur étrange, tel que toute courbe solution se rapproche au cours du temps de cet ensemble. Les attracteurs étranges sont des ensembles très complexes à étudier, ils possèdent des propriétés qui les rapprochent des fractals et leur description est reliée à la théorie de la complexité. C'est un deuxième aspect caractéristique de beaucoup de phénomènes chaotiques.

Lorenz publie ses résultats en 1969 dans une revue spécialisée en météorologie, où elle n'a qu'un impact limité. L'article finira par être repéré par des mathématiciens, qui comprendront l'intérêt de ses travaux, leur offrant un exemple remarquable et plutôt simple venant enrichir la collection grandissante des phénomènes chaotiques.

En 1972, Lorenz est invité à une conférence organisée par *l'American Association for the Advancement of Science*. Il transmet à l'avance le texte de son intervention, sans titre. L'organisateur lui propose d'utiliser comme titre de sa conférence une phrase extraite de son texte *Predictibility : « does the flap of a butterfly's wings in Brasil set off a tornado in Texas ? »* Il apporte une réponse subtile et ambigüe à sa propre question :

> « De crainte que le seul fait [de poser cette question] fasse douter de mon sérieux, sans même parler d'une réponse affirmative, je mettrai cette question en perspective en avançant les deux propositions suivantes :
>
> ▪ Si un seul battement d'ailes d'un papillon peut avoir pour effet le déclenchement d'une tornade, alors il en va de même de tous les battements précédents et subséquents de ses ailes, comme ceux de millions d'autres papillons, pour ne pas mentionner les activités d'innombrables créatures plus puissantes, en particulier notre propre espèce.
>
> ▪ Si le battement d'ailes d'un papillon peut déclencher une tornade, il peut aussi l'empêcher. Si le battement d'ailes d'un papillon influe sur la formation d'une tornade, il ne va pas de soi que son battement d'ailes soit l'origine même de cette tornade et donc qu'il ait un quelconque pouvoir sur la création ou non de cette dernière. »

Dans cette conférence, il ne s'adresse pas à ses pairs, mais à un public varié, sans connaissance particulière de la météorologie ou des mathématiques appliquées. Sa question me semble être un moyen de réveiller l'attention de l'auditoire. Si on doit la prendre au sérieux, elle souffre d'un défaut manifeste : faire intervenir un être possédant une autonomie (décider ou non de battre des ailes) n'a pas de sens dans un schéma explicatif qui repose sur des lois physiques décrivant l'état du système en termes de température, pression, etc. On ne peut donc répondre ni oui, ni non, même si certains scientifiques sont tentés de le faire. Si l'on tient quand même à donner une réponse en évoquant un papillon, voici ma réponse personnelle :

> « Pour prédire une tornade au-dessus du Texas, il faudrait disposer de données météorologiques précises, de l'ordre de grandeur des variations de pression provoquées par les battements d'ailes d'un papillon qui serait au Brésil ».

C'est Henri Poincaré qui a l'expression la plus concise (et correcte) de ce phénomène de sensibilité aux conditions initiales, qu'il avait pressenti dès 1908 :

> « Pourquoi les météorologistes ont-ils tant de peine à prédire le temps avec quelque certitude […] ? Un dixième de degré en plus ou en moins en un point quelconque, le cyclone éclate ici et non pas là, et il étend ses ravages sur les contrées qu'il aurait épargnées. »

Le titre-choc de la conférence d'Edward Lorenz est au départ de ce qui va être bientôt connu comme l'effet papillon à la suite d'un traitement médiatique de grande envergure. En supprimant le point d'interrogation et l'évocation de la prédictibilité, la question posée par Lorenz devient une affirmation et est interprétée comme une variante de l'idée qu'une petite cause peut avoir de grandes conséquences, proche de la citation célèbre de Pascal extraite des Pensées (1669) : « Le nez de Cléopâtre, s'il eût été plus court, toute la face de la terre aurait changé. »

S'en suivra une série de films hollywoodiens « à bifurcations multiples » très médiocres, ainsi qu'une série de romans présentant peu d'intérêt. Je me permets en revanche de recommander « L'effet papillon », un roman policier dû à l'auteur danois J. Adler-Olsen et le remarquable roman « Le peintre de batailles » de l'auteur espagnol A. Pérez-Reverte qui s'inspirent de ce thème.

La popularisation de l'effet papillon éloigne en fait de la compréhension de la découverte de Lorenz, à savoir la sensibilité aux conditions initiales des équations de la prévision numérique du temps. La force de la météorologie, c'est à la fois de faire des prévisions précises et fort utiles à court terme, et d'avoir en complément une explication convaincante de ses propres limites dans les prévisions. On est bien loin du cliché « petite cause, grands effets ».

En météorologie, les travaux de Lorenz vont influencer les méthodes de prévision. Plutôt que de s'essayer à avoir des données de plus en plus précises, les centres de météorologie font désormais une batterie de calculs en variant légèrement les conditions initiales aboutissant à des scénarios dont les experts discutent entre eux avant d'arrêter les annonces définitives qui seront faites.

Dans la suite de sa conférence, Lorenz met en avant une idée importante :

> « J'avance l'idée qu'au fil des années les petites perturbations ne modifient pas la fréquence d'apparition des événements tels que les ouragans : la seule chose qu'ils peuvent faire, c'est de modifier l'ordre dans lequel ces événements se produisent ».

Au-delà de l'horizon de prédictibilité, Lorenz suggère implicitement d'adopter un point de vue probabiliste. Si le détail des événements n'est plus prévisible, leur répétition suggère de s'intéresser aux moyennes d'apparition des événements dans un intervalle de temps assez large. La fréquence des événements reste prévisible, c'est du moins l'intuition de Lorenz. De leur côté, les mathématiciens cherchent à démontrer pour ces systèmes chaotiques des résultats en moyenne, temporelle ou spatiale, lorsqu'on fait tendre le temps vers l'infini. Ainsi l'étude des systèmes chaotiques combine une approche déterministe à court terme, et une approche à long terme inspirée des probabilités, inaugurant une vraie nouvelle discipline.

La dynamique du système solaire

L'étude du mouvement des planètes du système solaire a été l'une des grandes questions de la physique classique. Le point de vue héliocentrique, proposé par Copernic finit par s'imposer. Galilée découvre les satellites de Jupiter et voit dans le système composé de Jupiter et de ses satellites un modèle réduit du système Soleil + planètes. Les calculs de Kepler à partir des tables astronomiques extrêmement précises obtenues par Tycho-Brahé aboutissent aux lois de Kepler, qui suggèrent l'idée que les trajectoires des planètes sont des ellipses. Après avoir formulé la loi de la gravitation universelle, Newton l'applique au système Soleil + planète et démontre que la trajectoire de la planète est une ellipse, confirmant ainsi l'approche de Kepler. La bonne correspondance entre les observations et les prévisions faites par Newton est un des grands succès de la physique classique. Toutefois, elle n'est pas parfaite. En comparant les observations les plus anciennes (remontant jusqu'à l'époque de Sumer) et les plus récentes, les astronomes constatent des évolutions des trajectoires dans le temps. La raison en est que, d'après la loi de la gravitation universelle, il faut tenir compte de l'attraction des planètes entre elles, et pas seulement de l'attraction du Soleil sur chaque planète, même si celle-ci est de beaucoup la plus puissante. Le problème à résoudre est un cas particulier du problème à N corps. Contrairement au problème à deux corps, résolu par Newton, ce problème n'admet pas de solution explicite pour N supérieur ou égal à 3. Il s'agit d'un système d'équations non-linéaire, en raison de la force de gravitation qui est proportionnelle à l'inverse du carré des distances entre planètes, et son étude directe est difficile.

Une série de travaux où vont s'illustrer notamment Lagrange et Laplace étudie ce problème en le considérant comme une perturbation du système où l'on ne tient compte que de l'attraction du Soleil sur les planètes. Les orbites des planètes sont considérées comme des ellipses, mais leurs paramètres caractéristiques peuvent maintenant varier en fonction du temps. À l'époque les masses des planètes sont mal connues, et les premiers calculs souffrent d'imperfections. Néanmoins, certaines corrections sont calculées correctement et les nouvelles trajectoires calculées se rapprochent significativement des observations. La trajectoire de la planète Uranus, découverte en 1781 par W. Herschel a une irrégularité inexpliquée, qui laisse penser que son orbite pourrait être déformée par une autre planète encore inconnue. C'est Urbain Le Verrier qui parvient en 1846 à l'aide un calcul en perturbation à « inventer » une nouvelle planète, ultérieurement baptisée Neptune, et qui est observée peu après par l'astronome prussien Galle sur la base de la position calculée par Le Verrier. Ces résultats confortent l'idée d'une parfaite calculabilité (au moins potentiellement) du système solaire.

Tous ces résultats sont de grands succès de la prévision astronomique, à l'échelle de plusieurs siècles. Mais qu'en est-il au-delà ? Déjà Newton se demandait si le système solaire était stable. L'orbite de Mercure, la planète la plus petite et la plus proche du Soleil présentait d'assez grandes variations sur la durée des observations disponibles, et il envisageait qu'elle puisse à terme s'échapper du système solaire, entraînant des perturbations considérables du système solaire. Des collisions de planètes pourraient aussi se produire. Tout au long du XIXème siècle, les astronomes cherchent à démontrer la stabilité du système solaire. Henri Poincaré reconsidère le problème, pour le système solaire, mais plus généralement pour le problème à N corps. Il montre notamment, par des arguments théoriques, que les méthodes par perturbation, efficaces pour calculer les variations de trajectoire à l'horizon de quelques dizaines de siècles, ne permettent pas de prévoir les évolutions à des échelles de temps beaucoup plus grandes. Il se met à douter de la stabilité du système solaire à très long terme, et il entrevoit le caractère chaotique de la dynamique du système solaire. Là aussi, il faut attendre l'ordinateur et sa puissance de calcul pour confirmer ses intuitions.

Ce sont les travaux relativement récents de l'astronome français Jacques Laskar publiés en 1989, confirmés par des travaux de Sussman et Wisdom en 1992, qui ont établi le caractère chaotique de la dynamique du système solaire :

> « Une erreur de 15 mètres dans le position initiale de la Terre donne lieu à une erreur d'environ 150 mètres après 10 millions d'années, mais cette même erreur devient 150 millions de km après 100 millions d'années. Il est donc possible de construire des éphémérides précises sur une période de quelques dizaines de millions d'années, mais il devient pratiquement impossible de prédire le mouvement des planètes au-delà de 100 millions d'années ». (J. Laskar)

Ces résultats sur la prédictibilité du système solaire sont donc semblables à la situation en météorologie, mais à une toute autre échelle de temps. Les distances entre planètes sont maintenant connues avec précision : la distance Terre-Soleil par exemple est connue à une dizaine de mètres près. En étudiant divers scénarios d'évolution sur la durée de vie du système solaire (estimée à 4 ou 5 milliards d'années) construits sur la base de petites variations compatibles avec les marges d'imprécision sur les distances entre planètes, J. Laskar a obtenu quelques scénarios comportant la possibilité d'une sortie de la planète Mercure du système solaire ou la possibilité d'une collision entre planètes, même si la majorité des scénarios ne font pas apparaître de tels bouleversements du système solaire. Ces résultats, en montrant la sensibilité aux conditions initiales dans la prévision à long terme établissent le caractère chaotique de la dynamique du système solaire.

La théorie du chaos remet-elle en cause le déterminisme ?

Rappelons d'abord le texte de Simon de Laplace qui peut être considéré comme une définition du déterminisme :

> « Nous devons envisager l'état présent de l'Univers comme effet de son état antérieur, et comme la cause de celui qui va suivre. Une intelligence qui, pour un instant donné connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'Univers et celui du plus léger atome : rien, ne serait incertain pour elle, et l'avenir comme le passé, serait présent à ses yeux ».

On peut parler de pandéterminisme, visant une prédictibilité universelle et dans les deux directions de temps, qui n'a jamais été sérieusement envisagée. Il y a des sciences, chacune explorant un champ particulier du réel, et les théories et les lois qui sont construites par chaque science sont spécifiques. Laplace et de nombreux savants de son époque sont encore sous le choc des percées scientifiques de Newton énonçant les lois fondamentales de la dynamique, puis la loi de la gravitation universelle, qui permettent de prévoir une quantité considérable de situations en mécanique, avec une précision remarquable. Les équations différentielles et plus tard les équations aux dérivées partielles sont l'outil mathématique qui s'impose et le champ d'utilisation de ces techniques paraît universel. On notera toutefois l'emploi du conditionnel, et la prise en considération implicite d'une limite pratique, liée à la trop grande abondance de données nécessaires pour parvenir à prévoir. De plus, Laplace ne discute pas le fait que les mesures de grandeurs comportent toujours une incertitude liée aux instruments de mesure eux-mêmes. Les prévisions vont nécessairement refléter cette incertitude initiale, voir l'amplifier. De même, il est souvent difficile de mesurer effectivement les données initiales, les savants de l'époque en font l'expérience en astronomie, puisque les distances entre planètes et leurs masses respectives sont mal connues. Il y a donc dans la formulation de Laplace une surestimation des possibilités réelles de prédire un phénomène. Lui-même d'ailleurs en rédigeant son *Traité analytique des probabilités* contribue à l'utilisation des méthodes probabilistes dans les sciences, y compris la physique, lorsque l'analyse des causes est en pratique impossible.

Les deux exemples que j'ai présentés relève de la théorie du chaos déterministe. Elle repose sur les lois classiques de la physique, qui s'expriment sous formes d'équations aux dérivées partielles et qui (avec une réserve pour la météorologie) aboutissent à des problèmes bien posés au sens de Hadamard, assurant la possibilité théorique de la prévision. Ce qui est en cause, c'est la prédictibilité effective, ou si l'on préfère l'horizon temporel de prédictibilité, qui est de fait limité. Cela provient de l'incertitude incontournable des mesures, couplée avec la structure des équations, leur non-linéarité en premier lieu.

Peut-on continuer l'étude des phénomènes chaotiques au-delà de l'horizon de prédictibilité? Il existe deux courants principaux de recherche. Dans l'un, on a recours à des concepts et des outils probabilistes, qui permettent d'obtenir des résultats en moyenne temporelle ou spatiale. De ce point de vue on peut dire que le chaos est le comportement aléatoire qui apparaît au sein de systèmes déterministes.

L'autre courant s'intéresse à l'existence (assez fréquente) d'un attracteur étrange, qui fournit des nombres caractéristiques contribuant à classifier les formes (très variables) des phénomènes chaotiques, induisant une analyse qualitative de ces phénomènes, qui se relève fort utile. Dans les disciplines biologiques et plus particulièrement dans les disciplines de santé, il existe de nombreux systèmes chaotiques, en cardiologie ou en électro-encéphalographie par exemple. Les paramètres caractéristiques de l'attracteur étrange, qui peuvent être déterminés expérimentalement, fournissent des indications sur les dysfonctionnements éventuels liées à l'âge ou à la maladie. On observera qu'il y a d'ailleurs des similarités entre les fractals et certains organes humains, comme les bronches par exemple.

En résumé, il nous faut renoncer à l'idée d'une détermination précise, générale et éternelle des phénomènes. Une telle possibilité est plutôt exceptionnelle, et les comportements chaotiques sont omniprésents. Mais cette différence dans la prédictibilité n'implique pas le renoncement à obtenir des résultats significatifs dans l'étude des phénomènes chaotiques. Ils prennent une forme plus qualitative et révèlent la complexité inhérente à ces phénomènes.

Pour terminer, j'indique qu'un groupe de scientifiques, dont le plus célèbre est Ilya Prigogine (1917-2003), prix Nobel de chimie en 1977, a pris le chaos comme un des points de départ d'une réflexion critique du déterminisme en physique et dans la science en général.

> « Les chemins de la nature ne peuvent être prévus avec certitude, la part d'accident est irréductible : la nature bifurquante est celle où de petites différences, des fluctuations insignifiantes, peuvent, si elles se produisent dans des circonstances opportunes, envahir tout le système, engendrer un régime de fonctionnement nouveau ». (I. Prigogine)

La discussion de leurs thèses, qui sont controversées, montre que le débat autour du déterminisme est loin d'être épuisé. Mais c'est une autre histoire...

Quelques indications bibliographiques

▪ Pour la météorologie, le site de Météo-France est une précieuse source de renseignements, avec un effort particulier pour être compris de tout public.

☐ Pour un aperçu plus complet de la théorie du chaos en météorologie et au-delà, l'ouvrage *Le papillon et la tornade, Théorie du chaos et changement climatique*, par Carlos MADRID, aux éditions RBA (2020).

☐ Écrit par I. Stewart, un spécialiste du domaine, *Dieu joue-t-il aux dés ? Les mathématiques du chaos*, aux éditions Flammarion (1992).

☐ I. PRIGOGINE et I. STENGERS, *La nouvelle alliance, Métamorphose de la science*, dont le titre de la traduction anglaise est *Order out of chaos.* Publié en 1977 en français, il a connu plusieurs rééditions.

☐ Enfin un film, *Chaos, une aventure mathématique*, réalisé par J. LEYS, É. GHYS et A. ALVAREZ, à visionner sur le site www.chaos-math.org