

**Communication
de Monsieur Jean-Louis Rivail**



Séance du 21 novembre 2003



Maupertuis et le principe de moindre action

Pierre-Louis Moreau de Maupertuis, fils d'un corsaire anobli par Louis XIV, est né à Saint-Malo où il est baptisé le 28 septembre 1698. Il quitte la maison paternelle à l'âge de seize ans pour aller faire des études à Paris, au collège de la Marche. A vingt ans il embrasse la carrière militaire en devenant capitaine dans le régiment des mousquetaires gris, mais consacre l'essentiel de son temps à l'étude des mathématiques et fréquente les cercles d'intellectuels qui se réunissent dans les cafés littéraires. Bientôt il décide d'abandonner la vie militaire pour se consacrer entièrement à la science et à vingt-cinq ans il entre à l'Académie des Sciences.

En 1728, un voyage à Londres lui fait découvrir des savants et philosophes anglais encore méconnus en France, et il en revient ébloui par la pensée et les œuvres de Newton. Dès son retour en France, il se fait le héraut de la pensée newtonienne, dans un pays encore totalement inféodé aux vues de Descartes et à sa théorie des tourbillons.

Voici ce qu'en dit d'Alembert dans le discours préliminaire à l'Encyclopédie : *«Maupertuis est le premier qui ait osé parmi nous se déclarer ouvertement newtonien. Il a cru que l'on pouvait être bon citoyen sans adopter la physique de son pays, et pour attaquer cette physique, il a eu besoin d'un courage dont on doit lui, savoir gré»*. Ses principaux interlocuteurs se trouvent alors à l'Académie des Sciences, ainsi que dans le cercle qu'il anime au café Gradot, quai du Louvre, où se rencontrent, entre autres, les Boindin, Fréret, Koenig, Terrasson, ainsi que la marquise du Châtelet. Voltaire de son côté, se déclarera son «écolier».

Son œuvre scientifique et philosophique est très variée, puisqu'elle va de la biologie à la cosmologie. Il s'est même intéressé à la linguistique et à l'architecture des instruments de musique, sans compter ses écrits philosophiques.

Parmi ses faits remarquables nous retiendrons ici l'expédition qu'il dirige au pôle nord du 2 mai 1736 au 20 août 1737 pour procéder à une mesure précise d'un degré de méridien terrestre, entre Tornéa et Pello afin de vérifier la théorie de Newton selon laquelle la sphère terrestre est aplatie aux pôles.

Après une campagne de mesures au cours de laquelle les membres de l'expédition, qui comprend entre autres Clairaut et le Suédois Celsius, doivent faire face à de nombreuses difficultés, les résultats permettent d'établir l'aplatissement du globe terrestre, avant même le retour de la calamiteuse expédition de La Condamine au Pérou.

Son étoile est alors à son apogée, en particulier dans les milieux newtoniens, mais il est aussi l'objet d'attaques virulentes. Il est élu à la Royal Society de Londres, et à l'Académie Française en 1743.

Dès 1741, Frédéric II de Prusse avait invité Maupertuis à Berlin où il nourrissait le projet d'y réorganiser son académie. Il lui demande en 1745 d'en assurer la présidence. Sa réception aura lieu le 3 mars 1746. Ce séjour berlinois, au cours duquel il épouse en 1745 une dame de la cour, Mademoiselle de Borck, ne sera pas de tout repos, comme nous le verrons. Une violente polémique l'oppose à son ancien protégé Koenig à propos du principe de moindre action, à laquelle Voltaire prit une part active contre Maupertuis, qui se solda par l'éviction de Koenig de l'Académie de Berlin et la disgrâce de Voltaire par Frédéric II.

Fatigué par ces querelles, et malade, Maupertuis abandonnera la présidence de l'Académie de Berlin en 1756 et rentrera se reposer en France. En 1759 il entreprend un ultime voyage à Berlin où il a élu domicile et où il a laissé son épouse et, lors d'une étape à Bâle chez son ami Bernoulli il meurt le 27 juillet.

Le principe de moindre action.

Le récit de la genèse de ce principe nous oblige à faire un retour en arrière, jusqu'à Descartes et sa célèbre loi de la réfraction qui stipule que le rapport des sinus des angles d'incidence et de réfraction est égal au rapport inverse des indices de réfraction des milieux correspondants.

En 1662, le grand mathématicien toulousain Pierre de Fermat publie un mémoire dans lequel il montre que, si l'on prend comme postulat que pour se rendre d'un point situé dans un milieu caractérisé par son

indice de réfraction à un point situé dans un milieu d'indice de réfraction différent du premier, la lumière emprunte le chemin de moindre temps, et si l'on suppose que la vitesse de propagation de la lumière est inversement proportionnelle à l'indice de réfraction, hypothèse due à Huygens et vérifiée depuis, alors on obtient un chemin qui vérifie la loi de Descartes. Cela revient à minimiser la somme des produits de la longueur du trajet dans chaque milieu par l'indice de réfraction correspondant. Le principe de Fermat est toujours tenu pour vrai de nos jours et utilisé sous sa forme intégrale, somme du produit de l'indice de réfraction par le déplacement.

Ce travail est violemment critiqué par les inconditionnels de Descartes, qui y voient une tentative de s'approprier la découverte du maître, et Fermat doit se défendre en proclamant qu'il n'a jamais prétendu faire autre chose qu'une démonstration mathématique. Il écrit en effet : *«il me suffit que vous me laissiez en possession d'un problème de géométrie tout pur et in abstracto par le moyen duquel on peut trouver la route d'un mobile qui passe par deux milieux différents et qui cherche d'achever son mouvement le plus tôt qu'il pourra»*.

En 1682, dans un mémoire inséré dans les Actes de Leipzig, Leibniz rejette le principe de Fermat. Il lui oppose que la lumière suit le chemin de moindre résistance, qu'il ne faut confondre ni avec le chemin de temps minimum, ni avec le plus court. Il se range par ailleurs à l'avis de Descartes qui est que, bien que le verre résiste plus que l'air, la lumière y chemine plus vite que dans l'air car une plus grande résistance resserre les rayons qui, à l'image d'un fleuve dont le lit devient plus étroit, acquièrent une plus grande vitesse.

Par ailleurs la querelle faisait rage également sur un autre terrain. Pour traiter des problèmes de dynamique, Leibniz avait formulé un principe de conservation des forces vives, c'est à dire, à un facteur 2 près, de l'énergie cinétique, alors que Descartes avait proposé la conservation de la quantité de mouvement, mais considérée comme une grandeur scalaire, au lieu de vectorielle qu'elle est, ce qui fait que ces deux principes étaient pris en défaut dans de nombreux cas.

Ces débats éclairent l'intervention de Maupertuis qui, à la recherche d'un principe plus universel présente, le 15 avril 1744 à l'Académie des Sciences un mémoire intitulé : *«Accord de différentes lois de la Nature qui avaient jusqu'ici paru incompatibles»*. Il commence par rappeler les lois que suit la lumière. Les deux premières : propagation rectiligne et réflexion, ont leur équivalent en mécanique, ce qui ne surprend pas ce disciple de Newton tenant d'une théorie corpusculaire de la lumière, et peuvent se comprendre si l'on suppose que la lumière se propage *«par le chemin*

le plus court, et par le temps le plus prompt». Il s'attarde sur la troisième loi, celle de la réfraction, dont ni Descartes ni Newton, n'avaient rendu compte de façon satisfaisante. Il conteste aussi le principe de Fermat : «Fermat avait senti le premier le défaut de l'explication de Descartes... Il avait recherché l'explication de ces phénomènes dans un principe différent et purement métaphysique».

Ce principe était *«que la Nature, dans la production de ses effets, agit toujours par les moyens les plus simples»*. et pour l'appliquer à la réfraction, Fermat *«n'hésita pas à croire que la lumière se mût avec plus de facilité et plus vite dans les milieux les plus rares, que dans ceux où, pour un même espace, elle trouverait une plus grande quantité de matière»*.

Maupertuis prend donc le contre-pied de cette dernière hypothèse en adoptant la loi newtonienne, qui faisait à l'époque l'objet d'un large consensus, de proportionnalité de la vitesse de propagation à l'indice de réfraction. Il adopte alors une démarche, elle aussi purement métaphysique : *«En méditant profondément sur cette matière, j'ai pensé que la lumière, lorsqu'elle passe d'un milieu à un autre, abandonnant déjà le chemin le plus court, qui est celui de la ligne droite, pouvait aussi bien ne pas suivre celui du temps le plus prompt ; en effet, quelle préférence devrait-il y avoir du temps sur l'espace ? la lumière ne pouvant pas aller à la fois par le chemin le plus court et par le temps le plus prompt, pourquoi irait-elle par l'un de ces chemins plutôt que par l'autre ? aussi ne suit-elle aucun des deux ; elle prend une route qui a un avantage plus réel : le chemin qu'elle tient est celui par lequel la Quantité d'action est la moindre»*.

Il développe. *«Il faut maintenant expliquer ce que j'entends par quantité d'action. Lorsqu'un corps est porté d'un point à un autre, il faut pour cela une certaine Action : cette action dépend de la vitesse qu'a le corps et de l'espace qu'il parcourt, mais elle n'est ni la vitesse ni l'espace pris séparément. La quantité d'action est d'autant plus grande que la vitesse est plus grande et que le chemin qu'il parcourt est plus long ; elle est proportionnelle à la somme des espaces multipliés chacun par la vitesse avec laquelle le corps les parcourt.*

C'est cela, c'est cette quantité d'action qui est ici la vraie dépense de la Nature, et ce qu'elle ménage le plus qu'il est possible dans le mouvement de la lumière». Maupertuis précise, dans une note marginale : *«Comme il n'y a ainsi qu'un seul corps, on fait abstraction de la masse»*, ce qui prouve qu'il n'avait pas oublié ce facteur. D'ailleurs, l'action comme produit de la masse par la vitesse et par le déplacement avait été introduite précédemment par Leibniz.

Suit une élégante démonstration géométrique qui établit que le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction est égal au rapport

inverse des vitesses, c'est-à-dire, compte tenu des hypothèses, au rapport inverse des indices de réfraction, en accord avec la loi de Descartes, mais, pour les vitesses, en contradiction avec le principe de Fermat, dont Maupertuis croit avoir définitivement montré la fausseté. Cela l'amène à conclure : «*Tous les phénomènes de la réfraction s'accordent maintenant avec le grand principe que la Nature, dans la production de ses effets, agit toujours par les voies les plus simples*».

Ce principe dit de la moindre quantité d'action, ou plus simplement principe de moindre action ne tardera pas à montrer toute sa généralité en mécanique, en permettant de traiter les cas où l'application du principe de Descartes de conservation de la quantité de mouvement, et celle de la conservation des forces vives échouaient. Dans un Mémoire intitulé : Des lois du mouvement et du repos publié par l'Académie royale de Berlin en 1747, Maupertuis applique avec succès le principe de moindre action au choc de deux corps, en montrant qu'il permet de traiter aussi bien le cas des corps élastiques que celui des corps durs, qui apparaissaient jusqu'alors comme disjoints.

Par ailleurs, peu de temps après le mémoire de 1744, Euler avait donné du principe une forme plus générale en remplaçant la somme discontinue proposée par Maupertuis par une intégrale curviligne, calculée depuis le point de départ jusqu'au point d'arrivée, du produit de la quantité de mouvement par le déplacement. Ultérieurement, Euler montrera que ce principe établi pour traiter de la dynamique permet également de rendre compte de la statique que Maupertuis avait traitée en 1740, dans un mémoire intitulé : «*Loi du repos des corps*» en prouvant que l'équilibre est atteint lorsqu'une quantité intégrale est minimale, mais elle peut également être maximale ce que Maupertuis n'avait pas vu. On parle aujourd'hui d'extremum.

Sur le plan conceptuel, ce principe est d'une grande nouveauté car il s'agit d'un principe d'économie alors que les recherches de l'époque portaient essentiellement sur des principes de conservation (quantité de mouvement, forces vives...) et tout le monde reconnaît, à la suite de Jacobi, que le principe de Maupertuis constitue le fondement de la mécanique analytique qui sera développée par la suite par Lagrange, d'Alembert et, un siècle plus tard, par Hamilton, entre autres. Cette mécanique consiste à substituer aux équations de Newton un postulat unique sous la forme d'un principe variationnel dont le principe de Maupertuis est le prototype. L'acte fondateur de cette mécanique fut l'ouvrage de Lagrange intitulé justement «*Mécanique analytique*» (1788) à propos duquel Euler écrivait à son auteur, en 1792, «*Quelle satisfaction n'aurait pas M. de Maupertuis, s'il était encore en vie, de voir son principe*

de la moindre action porté au plus haut degré de la dignité dont il est susceptible».

Ainsi, en partant d'une loi fausse, et en appliquant indûment les lois de la mécanique classique à la lumière, Maupertuis jeta les fondements d'un des principes les plus importants de la mécanique ! Nous examinerons plus loin ce paradoxe. Certains auteurs pensent d'ailleurs que Maupertuis avait eu l'idée de son principe en étudiant certains cas particuliers et, voulant en donner une présentation la plus générale possible, il s'était adressé aux lois de la réfraction.

Ce succès ne fut pas sans susciter des polémiques. La plus violente vint de Koenig, qui accusa Maupertuis d'avoir plagié Leibniz en faisant état d'une lettre dans laquelle cet auteur aurait énoncé le même principe, mais dont il ne put produire l'original. En tout état de cause, il est peu probable que Leibniz, qui a introduit le concept d'action, ait proposé un principe d'économie, alors que le souci principal de l'époque était de trouver des principes de conservation.

Le débat prit un tour dramatique, en partie à cause de la réaction très vive de Maupertuis et de ses défenseurs qui proclamèrent que cette lettre était un faux. Euler défendit fidèlement le président de l'Académie, en ne contestant à aucun moment l'antériorité de Maupertuis dans la découverte du principe auquel il avait pourtant lui-même apporté une contribution décisive.

Voltaire, jaloux de l'admiration que Frédéric portait à Maupertuis, et se souvenant peut-être aussi des moments d'intimité que la Divine Emilie avait partagé avec son maître, prendra une part très active à la querelle, en publiant des libelles dans lesquels il le ridiculise. Parmi les plus connus on peut citer *La diatribe du Docteur Akakia, médecin du Pape* ainsi que les caricatures assez malveillantes que l'on retrouve dans *Candide*, *l'Homme aux quarante écus* et surtout *Micromégas*, dans lequel Voltaire se moque de l'expédition en Laponie et de l'aventure amoureuse de Maupertuis avec une jeune Lapone, qu'il ramena en France avec sa sœur. Maupertuis obtint la démission de Koenig de l'Académie de Berlin, soutenu par Frédéric II qui ordonna que l'on brûle en public les œuvres incriminées de Voltaire.

Les causes finales.

Le principe de Maupertuis fut publié au moment où les milieux intellectuels se passionnaient pour un problème difficile, celui des causes finales qui illustre bien les débats qui ont accompagné la genèse de ce que l'on appelle le Siècle des Lumières. Le fait que le mobile, pour se rendre d'un point à un autre, emprunte un chemin prédéterminé peut

donner à penser que celui-ci est inscrit dans l'ordre des choses par un Etre Suprême, ou Dieu selon les auteurs. Plus généralement, on peut remarquer qu'un principe d'économie a une connotation plus instantanée qu'un principe de conservation et l'on discutait ferme entre les tenants d'un rationalisme pur et dur et ceux qui voyaient à chaque instant, dans chaque phénomène, la signature d'une sagesse supérieure.

Maupertuis se défend de tomber dans l'un ou l'autre de des excès et préconise une voie médiane. Voici ce qu'il écrit en conclusion de son mémoire de 1744 : *«Je connais la répugnance que plusieurs mathématiciens ont pour les causes finales appliquées à la physique et l'approuve même jusqu'à un certain point ; j'avoue que ce n'est pas sans péril qu'on les introduit : l'erreur où sont tombés des hommes tels que Fermat en les suivant ne prouve que trop combien leur usage est dangereux. On peut cependant dire que ce n'est pas le principe qui les a trompés, c'est la précipitation avec lequel ils ont pris pour le principe ce qui n'en était que des conséquences.*

On ne peut douter que toutes choses ne soient réglées par un Etre suprême, qui, pendant qu'il a imprimé à la matière des forces qui dénotent sa puissance, l'a destinée à exécuter des effets qui marquent sa sagesse : et l'harmonie de ces deux attributs est si parfaite, que sans doute tous les effets de la Nature se pourraient déduire de chacun pris séparément. Une mécanique aveugle et nécessaire suit les desseins de l'intelligence la plus éclairée et la plus libre ; et si notre esprit était assez vaste il verrait également les causes des effets physiques, soit en calculant les propriétés des corps, soit en recherchant ce qu'il y avait de plus convenable à leur faire exécuter...

Pour joindre l'étendue à la sûreté dans nos recherches, il faut employer l'un et l'autre de ces moyens. Calculons les mouvements des corps, mais consultons aussi les desseins de l'intelligence qui les fait mouvoir».

Il précise encore ses vues dans l'Essai de Cosmologie (1750), et en particulier dans la deuxième partie qu'il intitule : *«Où l'on déduit les loix du mouvement de la suprême Intelligence»*. Il y oppose l'école rationaliste *«voulant soumettre la Nature à un ordre purement matériel et bannir entièrement les causes finales»*, à l'école qui *«fait un usage continuel de ces causes et découvre par toute la Nature les vues du Créateur... Suivant les premiers, l'Univers pourrait se passer de Dieu... Selon les derniers, les plus petites parties de l'Univers en sont autant de démonstrations»*.

Et plus loin il poursuit : *«Les philosophes qui ont mis la cause du mouvement en Dieu, n'y ont été réduits que parce qu'ils ne savaient où la mettre... Mais lorsqu'on saura que toutes les loix du mouvement sont fondées sur le principe du mieux, on ne pourra douter qu'elles doivent leur établissement à un Etre tout puissant et tout sage, soit que cet Etre agisse immédiatement, soit qu'il ait donné aux corps le pouvoir d'agir les uns sur les autres, soit*

qu'il ait employé quelque autre moyen qui nous soit encore moins connu». Ces citations, ainsi que l'argumentaire qui justifie le mémoire sur le principe de moindre action montrent cependant que, dans sa démarche, Maupertuis est loin d'être dégagé de toute considération métaphysique. Sa position, à la croisée des chemins, semble illustrer le tournant que prend la pensée scientifique au milieu du dix-huitième siècle.

Le principe de moindre action se dégagera peu à peu de cette interprétation métaphysique, à la suite des travaux de Lagrange puis de ceux de Hamilton (1852). Nous verrons plus loin que la mécanique quantique en donne, de nos jours, une lecture rénovée. D'Alembert condamnera nettement tout recours aux causes finales dans le Discours Préliminaire au Traité de Dynamique : *«Les lois de l'équilibre et du mouvement sont de vérité nécessaire. Un métaphysicien se contenterait peut-être de le prouver, en disant qu'il était de la sagesse du Créateur et de la simplicité de ses vues, de ne point établir d'autres lois de l'équilibre et du mouvement que celles qui résultent de l'existence même des Corps et de leur impénétrabilité mutuelle ; mais nous avons cru devoir nous abstenir de cette manière de raisonner, parce qu'elle nous a paru qu'elle porterait sur un principe trop vague ; la nature de l'être suprême nous est trop cachée pour que nous puissions connaître directement ce qui est ou n'est pas conforme à sa sagesse ; nous pouvons seulement entrevoir l'effet de cette sagesse dans l'observation des lois de la nature, lorsque le raisonnement Mathématique nous aura fait voir la simplicité de ces lois, et que l'expérience nous en aura montré les applications et l'étendue»*.

La mécanique quantique.

La théorie newtonienne de la lumière, sur laquelle Maupertuis avait fondé sa démonstration, ne tarda pas à être battue en brèche par les physiciens du dix-neuvième siècle qui établirent de façon indiscutable sa nature ondulatoire grâce, en particulier, aux phénomènes d'interférences et de diffraction. Les vues de Huygens triomphaient et le principe de Fermat devenait un des fondements de l'optique géométrique. Quant au principe de Maupertuis, sa pertinence n'était plus à démontrer, mais dans un domaine différent, celui de la mécanique. Le monde de la physique s'ordonnait et sa cohérence était presque absolue. Il ne restait plus qu'à démontrer l'existence des ondes électromagnétiques prévues par la théorie de Maxwell pour tout connaître sur la lumière, et ce fut Hertz qui s'en chargea. L'ironie du sort veut qu'en 1887, au cours de ses expériences, Hertz remarqua un phénomène curieux dont l'étude systématique lui permit de découvrir l'effet photoélectrique, qui allait tout remettre en question. Son interprétation resta quelque temps mystérieuse jusqu'à ce qu'Einstein, en 1905, en donne une explication indiscutable : cet effet ne pouvait s'interpréter que si l'on abandonnait la théorie ondulatoire

de la lumière au profit d'une théorie corpusculaire. Mais comme il était impensable d'abandonner une théorie bien établie et qui explique des phénomènes dont une théorie corpusculaire ne peut en aucun cas rendre compte, on décida que la lumière a une double nature : onde quand elle interagit avec elle-même et corpuscule lorsqu'elle interagit avec la matière.

Les corpuscules, les photons, sont dotés de propriétés surprenantes et très éloignées de celles des corpuscules classiques auxquels Maupertuis et ses contemporains pensaient les assimiler. Leur énergie est égale au produit de la constante de Planck h par la fréquence ν de l'onde qui leur est associée $W=h\nu$ et comme ils voyagent à la vitesse de la lumière, leur masse doit être nulle. Mais ce n'est pas tout. Bien que de masse nulle, les photons ont une quantité de mouvement qui est égale à la constante de Planck divisée par la longueur d'onde λ : $p=h/\lambda$.

Ces faits ont nourri la réflexion de Louis de Broglie, au début des années 1920, qui écrira par la suite : *«Deux choses m'ont principalement frappé. D'une part la théorie des quanta de lumière ne peut pas être considérée comme satisfaisante puisqu'elle définit l'énergie d'un corpuscule de lumière par la relation $W=h\nu$ où figure une fréquence ν . Or une théorie purement corpusculaire ne contient aucun élément permettant de définir une fréquence. Rien que pour cette raison, il faut dans le cas de la lumière introduire simultanément l'idée de corpuscule et l'idée de périodicité.*

D'un autre côté, la détermination des mouvements stables des électrons dans l'atome fait intervenir des nombres entiers et jusqu'ici les seuls phénomènes pour lesquels les nombres entiers intervenaient en Physique, c'étaient les phénomènes d'interférences et ceux des vibrations propres. Cela m'a suggéré l'idée que les électrons eux aussi ne pouvaient pas se représenter comme de simples corpuscules mais qu'il fallait également leur attribuer une périodicité».

Traitant d'abord le cas du mouvement rectiligne d'un corpuscule unique auquel il associe une onde plane, dans le cadre de la théorie de la relativité, L. de Broglie montre que la vitesse de la particule s'identifie à la vitesse de groupe de l'onde c'est à dire *«la vitesse avec laquelle se transporte l'amplitude résultante d'un groupe d'ondes de fréquences très voisines».* Ce sera le *«paquet d'ondes»* de la théorie. Reprenant alors la relation entre l'énergie et la fréquence, il retrouve pour la particule matérielle la relation entre la quantité de mouvement p et la longueur d'onde λ : $p=h/\lambda$. Il est également à même de définir un indice de réfraction et il établit une relation de proportionnalité entre cet indice et la quantité de mouvement. Ainsi, dans le cas général d'une particule soumise à une énergie potentielle qui varie dans l'espace, on peut calculer sa tra-

jectoire en utilisant indifféremment le principe de Fermat (extremum de l'intégrale, le long de la trajectoire, de l'indice de réfraction) ou le principe de Maupertuis (la même intégrale calculée avec la quantité de mouvement). On comprend maintenant le paradoxe du résultat de Maupertuis : la relation qu'il avait utilisée pour la vitesse, qu'il supposait proportionnelle à l'indice de réfraction, inexacte dans le cas de la lumière, était valable pour la quantité de mouvement des photons, et, dans le cadre de la théorie de L. de Broglie, pour la quantité de mouvement des corpuscules matériels !

Cette équivalence générale ondes-corpuscules fondait une nouvelle mécanique : la mécanique ondulatoire ou mécanique quantique.

Mais l'histoire ne s'arrête pas là. En 1942, un jeune brillant physicien, Richard Feynman, soutient devant l'Université de Princeton une thèse dans laquelle il présente un nouveau formalisme de la mécanique quantique, fondé sur l'utilisation systématique des intégrales de chemin, dont l'intégrale du principe de Fermat-Maupertuis est le prototype. C'est l'outil qui lui permettra par la suite de formuler complètement l'électrodynamique quantique (qui lui valut le Prix Nobel de physique en 1965). Dans ce formalisme, la particule pour aller d'un point à un autre peut emprunter tous les chemins possibles, mais la probabilité pour qu'un chemin soit emprunté est donnée par le carré du module de l'onde correspondante.

On s'aperçoit alors que dans la plupart des cas, les interférences entre les ondes annulent ce module, à l'exception du chemin qui vérifie la condition du principe de Maupertuis, le long duquel les ondes se renforcent mutuellement (interférences constructives). C'est ce qui permit à Feynman d'écrire : *«Les lois de la nature obéissent à un principe de moindre action parce qu'elles sont fondamentalement quantiques»*.

C'est un bien curieux personnage que Maupertuis. Il s'est, semble-t-il, donné beaucoup de mal pour gagner la postérité, au risque de passer pour un touche-à-tout. De son œuvre subsiste sans aucun doute sa contribution à la mécanique. Il a incontestablement rendu un grand service à la science française en imposant la théorie de Newton, préparant ainsi le terrain sur lequel d'Alembert, Lagrange et bien d'autres excelleront peu après. Son nom est attaché à la mesure de l'arc de méridien au pôle, et l'on sait aujourd'hui que cette mesure était entachée d'une erreur supérieure à l'écart à mesurer, mais allant dans le sens recherché. Heureusement pour lui, la mesure du méridien de Paris, faite par Picard en 1670 était, elle aussi erronée et les conclusions qu'il en a tirées n'ont pas été remises en cause par des déterminations ultérieures ! Il est également indissociable du principe de moindre action, et ce principe, indiscutable, a été établi

sur la base d'un raisonnement plus que contestable ! Dans les deux cas, s'agit-il de chance ou d'une grande intuition qui dépasse le raisonnement, nul ne le sait. Quoi qu'il en soit, Maupertuis mérite la place qu'il occupe au panthéon des savants du XVIII^{ème} siècle car il a ouvert des chemins le long desquels ses successeurs ont fait une abondante récolte, et en l'invitant dans sa Société Royale des Sciences et Belles Lettres, Stanislas a sans conteste fait un choix tout à fait judicieux.



Discussion

Le Président remercie Monsieur Rivail de la haute portée scientifique de son intervention, mais surtout de nous l'avoir rendue accessible. Aussi que lorsqu'il arrive quelque changement dans la nature, la quantité d'actions nécessaire pour effectuer ce changement est la plus petite qui soit, car les faits même physiques répondent à un principe fondamental, de son côté, même la nature, entre toutes les possibilités qui lui sont offertes, choisit toujours celle qui est la plus efficace.

La première intervention est celle de Monsieur Kévers-Pascalis qui souligne que le photon, lorsqu'il passe à proximité du soleil, est dévié par ce dernier et ceci à cause de l'attraction universelle. La lumière n'a pas un cheminement linéaire dans l'espace, mais courbe. Est-ce que ceci a un rapport avec le principe de moindre action ?

Monsieur Rivail nous redit encore que l'espace et le temps sont indissociables et que la lumière suit le principe de Maupertuis-Fermat.

Dans un autre domaine, à propos de quelques faits militaires, Monsieur Larcen estime que le principe de moindre action de Maupertuis-Fermat peut être appliqué à la stratégie, ce dont a profité l'Empereur Napoléon, mais ce principe est aussi associé à l'économie des forces.

Monsieur Rivail estime que ce n'est guère qu'au XX^{ème} siècle que le principe de moindre action a été appliqué à la recherche opérationnelle.

Monsieur Le Tacon se demande pourquoi les travaux de Maupertuis ont été oubliés et pourquoi le principe de moindre action n'est pas enseigné alors qu'il avait raison.

Monsieur Rivail explique qu'il a été supplanté dans ses applications pratiques par le principe de Hamilton qui utilise une autre intégrale, basée sur le temps et non basée sur l'espace, et qui a été publiée en 1852.

Monsieur Mainard demande ce qui a manqué à Maupertuis pour être le Newton français ?

Pour Monsieur Rivail, c'est parce qu'il n'était pas suffisamment mathématicien, quoique aidé par Euler. En fait, c'est ce dernier qui a mis en forme le principe de moindre action, publié dans un mémoire quelques mois après 1744. En tout état de cause, Euler a toujours défendu l'idée de Maupertuis.

Monsieur Le Tacon pense que Maupertuis a eu l'intuition de l'évolution mais pas celle de la génétique.

A la suite de ce propos, Monsieur Laxenaire poursuit en précisant que le finalisme qui a été décrié, puis a été repris par le philosophe Raymond Ruyer, et qu'on peut évoquer en biologie un certain néo-finalisme. En effet, un phénomène qui a pu se produire par hasard, peut se développer selon un processus qui lui est propre et non pas selon un autre.

Monsieur Rivail complète ses propos en montrant qu'il y a dans toute démarche scientifique un certain aspect esthétique.

Mais, de son côté, Monsieur Bonnefont émet une objection en prenant comme exemple le domaine de la biologie. En effet, est-ce qu'on peut parler de principe de moindre action quand, dans la nature, on note une déperdition considérable d'énergie comme, par exemple, la quantité de spermatozoïdes nécessaire pour assurer une conception.

Pour Monsieur Laxenaire, s'il y a une grande déperdition au départ, ce qu'on appelle le hasard, une fois le processus enclenché, la suite se continue de la même manière.

Bibliographie

- Œuvres de Mr de Maupertuis. Nouvelle édition corrigée et augmentée, Jean-Marie Bruyset, Lyon. (1756).
- Jean d'Alembert, *Traité de Mécanique*, David, Paris (1758) ; J. Garbay, Sceaux, (1990).
- Philip E.B. Jourdain. «Maupertuis and the principle of least action». *The Monist* XXII, 414 (1912).
- Louis de Broglie, *Matière et lumière*, Albin Michel, Paris (1937).
- René Dugas, *Histoire de la mécanique*, Ed. du Griffon, Neuchâtel, (1950).
- Emile Callot, *Maupertuis, le savant et le philosophe*, Bibliothèque philosophique Marcel Rivière, Paris (1964).
- Léon Velluz, *Maupertuis*, Hachette, Paris, (1969).
- Suzanne Bachelard, «Maupertuis et le principe de moindre action», *Actes de la journée Maupertuis* (Créteil 1-12-1973), p. 99, Librairie Philosophique J. Vrin, Paris (1975).
- Richard Feynman, *Lumière et matière. Une étrange histoire*, InterEditions, Paris, (1987).
- Marco Panza, «Maupertuis», in Michel Blay et Robert Halleux. *La science classique XVI^{ème}-XVIII^{ème} siècles. Dictionnaire critique*, Flammarion, Paris, (1998).
- Françoise Balibar, «Le principe de moindre action», *Sciences et Avenir*, Hors série N° 124, p. 50, (2000).