

Communication de  
Monsieur Jean-Marie Dubois,  
Directeur de Recherche

∞ ♦ ∞

Séance du 6 mars 2009

∞ ♦ ∞

Les atomes, le nombre d'or  
et les alliages métalliques complexes

Condensé de l'intervention

Au fil des âges, le nombre d'or a fasciné tour à tour les philosophes, les artistes, les architectes, plus récemment, les mathématiciens. Le nombre d'or (souvent désigné par la lettre grecque  $\tau$ ) est égal au rapport de longueur des segments joignant deux sommets non voisins d'un pentagone régulier et deux sommets voisins (Figure 1).

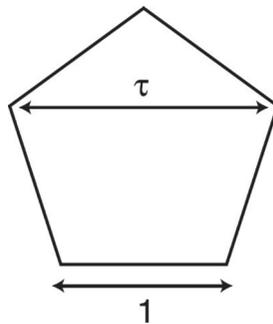


Figure 1 : Définition (entre autres) de  $\tau$ , le nombre d'or.

On en trouve la trace dans l'harmonie du Parthénon à Athènes, dans les proportions de la chambre du roi de la pyramide de Khéops, dans les œuvres

de Léonard de Vinci, etc. Depuis la haute antiquité égyptienne, il est apparu aux architectes comme un gage d'harmonie des structures. Les peintres et les sculpteurs le nomment «la divine proportion» tant il est relié à la division parfaite de l'espace, au gracieux du corps humain, à la représentation sereine des paysages, etc. En même temps, associé au pentagramme (ou étoile de Salomon), il constitue un symbole bénéfique ou au contraire maléfique selon qu'il est représenté sur deux pointes, ou une seule. Le propos de la conférence n'était certainement pas d'investiguer cette symbolique chère aux francs-maçons mais de révéler un aspect tout à fait particulier du nombre d'or qui joue un rôle essentiel dans certaines structures cristallines et en explique en grande partie les propriétés particulières (Figure 2).

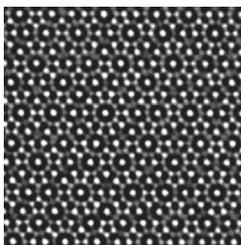


Figure 2 : Observation à l'aide d'un microscope électronique à haute résolution de la structure d'un alliage métallique parfaitement ordonné, mais qui ne possède cependant pas l'ordre habituel des cristaux engendrés par la symétrie de translation. Cette image est obtenue par une sorte de projection des positions atomiques sur le plan de la figure. On distingue nettement des cercles de points blancs, certains (mais pas tous) entourés de cercles plus grands. A l'intérieur des cercles blancs se sont formées des zones noires. Ces figures alternativement blanches et noires reflètent la position des atomes dans l'échantillon car elles sont dues à la diffraction des électrons par ces atomes. On observe de nombreux ensembles de points de symétrie pentagonale ou dodécagonale qui nous ramènent au nombre d'or. Le diamètre des cercles blancs autour des ronds noirs est d'environ 2 nm (2/1 000 000 000 mètre). Une observation attentive montre qu'il est impossible de reproduire la position de deux quelconques de ces cercles par translation sur un réseau périodique sous-jacent selon une distance égale à leur intervalle de séparation. Il s'agit donc bien d'un cristal, puisque l'ordre de la figure est parfait, sans que ce soit un cristal (habituel) puisqu'aucun ordre de translation n'apparaît. Ce matériau hautement spécifique s'appelle un quasicristal. Il fut observé pour la première fois en 1982 par D. Shechtman qui reçoit le Prix Nobel de Chimie en 2011.<sup>[1]</sup>

Dans un premier temps, la conférence s'est concentrée sur la notion de périodicité, notion qui s'impose intuitivement à partir de l'empilement des

atomes au sens des grecs anciens, parties ultimes, indiscernables et insécables de la matière. Un objet simple, la chaîne linéaire d'atomes, a été étudié pour engendrer la chaîne non-périodique à partir de l'assemblage de deux chaînes périodiques mais de périodes incommensurables, c'est à dire dont le rapport des longueurs ne peut être exprimé comme le quotient de deux nombres entiers (Figure 3).

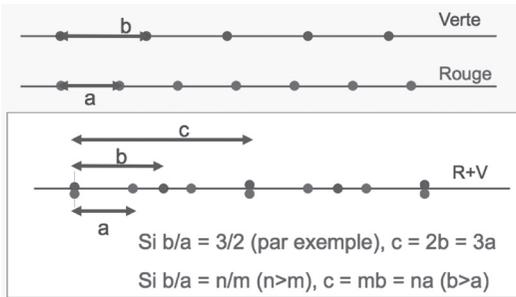


Figure 3 : Exemple de chaîne de points (d'atomes dans un cristal qui serait à une dimension, s'il existait) engendrées à partir de deux chaînes respectivement vertes (en haut) et rouge (au dessous) que l'on a superposées. La position d'un point de la chaîne verte se déduit de la position du premier point à gauche par translation d'un nombre entier de fois de la longueur de la période  $b$  de la chaîne. Il en va de même pour la chaîne rouge, mais avec une période  $a$ , différente de  $b$ . La chaîne composée R+V (encadrée en bas) possède une période  $c$  qui se calcule à partir de  $b$  et de  $a$ , comme dans l'exemple montré ici, si  $a$  et  $b$  sont deux nombres commensurables, c'est à dire dont le rapport peut s'exprimer comme le quotient de deux nombres entiers. Ceci n'est pas nécessairement le cas et il existe des chaînes incommensurables, par exemple si  $b/a = \sqrt{2}/1$ , ou encore  $b/a = \tau$  (dans les bonnes unités). La chaîne composée ne peut plus alors être périodique.

On est passé ensuite au pavage du plan, qui ne peut être recouvert périodiquement, sans trous ni recouvrements, que par des tuiles, ou unités élémentaires, dont l'angle au sommet appartient à l'ensemble  $\{2\pi/3 ; \pi/4 ; \pi/3\}$  (ou  $120^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ) (Figure 4).



Figure 4 : Exemple classique d'un pavage du plan (le sol) par des tomettes carrées, ici alternativement blanches et noires. La position d'un pavé se déduit de la position d'un quelconque des autres carrés pris comme référence par translation le long des deux cotés de ce carré de référence d'un nombre entier de fois de la longueur du côté. Cette construction est possible parce que l'angle au sommet du carré, soit  $90^\circ$ , ou  $\pi/4$ , est égal à un quart de tour. Il est donc possible de placer 4 carrés exactement autour de chaque sommet de chaque carré, sans laisser ni vide, ni recouvrement, entre les carrés. Les cristaux (habituels) sont construits de cette manière, mais selon les 3 directions de l'espace.

Un profond problème logique survient alors si on cherche à couvrir le plan par des pentagones réguliers (Figure 5). C'est ce problème qui est au cœur de la conférence : la périodicité est-elle compatible avec le pavage du plan (de l'espace) par des pentagones (des icosaèdres (Figure 6)) réguliers ?

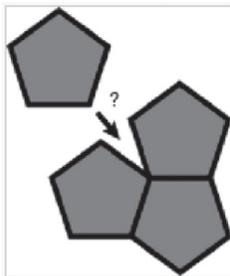


Figure 5 : Le pavage du plan par des pentagones réguliers, sans laisser de vide entre les pentagones ni les faire se chevaucher, n'est pas possible car l'angle  $\alpha$  au sommet d'un pentagone n'est pas égal à une fraction entière de  $360^\circ$ . Au contraire, pour un carré ou un rectangle, on a  $\alpha = 90^\circ$  soit  $\frac{1}{4}$  de  $360^\circ$ , ce qui permet de placer 4 tuiles autour de chacun des sommets. De même, pour un triangle équilatéral,  $\alpha = 60^\circ$ , d'où la possibilité de placer 6 unités par sommet commun, ou pour un hexagone,  $\alpha = 120^\circ$ , d'où 3 unités autour de chaque sommet. Il est facile de montrer que ce qui vaut pour le pentagone, vaut aussi pour tous les polygones réguliers dont le nombre de sommets est supérieur à 6.

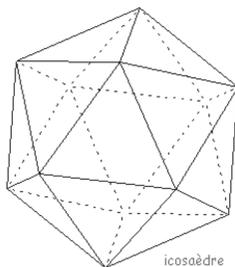


Figure 6 : Un icosaèdre (régulier) est un polyèdre à 20 faces, qui sont des triangles équilatéraux. L'exemple ici représente les arêtes du polyèdre, au nombre de 30 (les arêtes cachées sont représentées par les segments en pointillés). C'est le polyèdre qui possède le plus grand nombre d'éléments de symétrie de rotation : il est invariant si on le tourne d' $1/5^{\text{ème}}$  de tour autour d'un axe qui passe par deux sommets opposés, d' $1/3$  de tour autour d'un axe qui passe par le centre de deux faces opposées et d' $1/2$  tour autour d'un axe qui joint le milieu de deux arêtes opposées. Ainsi, il est convenu de dire qu'il possède 6 axes de rotation d'ordre 5, 10 axes d'ordre 3 et 15 axes d'ordre 2. L'existence des axes d'ordre 5 interdit que l'icosaèdre remplisse l'espace à 3 dimensions sans laisser de vide entre icosaèdres qui partageraient des faces ou des arêtes communes.

Pour exposer ce problème logique, l'orateur a tout d'abord montré comment le pentagone peut être divisé en deux types de triangles dits triangles d'or, c'est à dire des triangles isocèles dont les grands côtés valent  $\tau$  si le petit côté vaut 1, ou réciproquement valent 1 si l'autre vaut  $\tau$  où  $\tau = 2 \cos(p/5) = (1 + \sqrt{5})/2 \approx 1,618\dots$  est le nombre d'or. En 1974, Roger Penrose,<sup>[2]</sup> mathématicien anglais dont le nom est souvent associé à celui de Stephan Hawkins pour la théorie des trous noirs, plus par jeu que pour les nécessités d'une théorie de matériaux qui n'existaient pas à l'époque, a trouvé le moyen de subdiviser le pentagone en une infinité de triangles d'or (Figure 7).

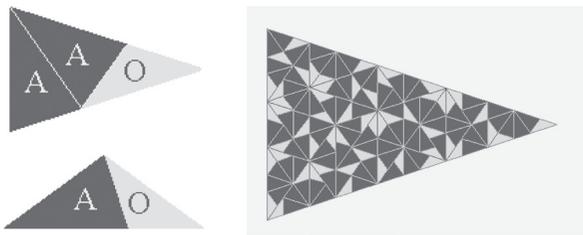


Figure 7 : La méthode de Penrose consiste à engendrer un pavage non-périodique par des subdivisions successives du triangle d'or, puis à remettre le pavage résultant à la même échelle que le précédent en multipliant la longueur de la nouvelle arête par un certain facteur d'homothétie. L'application un nombre infini de fois de ces subdivisions résulte en un pavage strictement non périodique. On montre ici en gris l'étape initiale : partant de deux triangles d'or, un aigu en noir et un obtus en jaune, on produit des triangles d'or, respectivement aigus (A) et obtus (O), plus petits (seule une partie des configurations possibles est dessinée ici). En appliquant cette méthode plusieurs fois de suite, on obtient la figure de droite. Des règles strictes doivent être observées entre chaque étape pour garantir que le pavage final ne sera pas périodique. L'exposé de cette technique sort du cadre de cet exposé.

Cette méthode particulière, aujourd'hui connue sous l'appellation (brevetée) de Pavage de Penrose, possède la caractéristique absolument essentielle d'être incompatible avec la périodicité (ou symétrie de translation en langage plus spécialisé). C'est le prototype des objets non-périodiques (Figure 8) dont la généralisation à l'espace commun à 3 dimensions est trop technique pour être présentée en conférence.

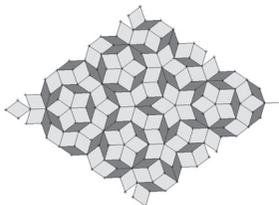


Figure 8 : Exemple de pavage de Penrose obtenu par découpe de triangles d'or comme expliqué Figure 7. Le coloriage de la figure formée par les triangles d'or a été modifié pour mettre en évidence la formation de figures de symétrie pentagonale.

La notion d'ordre périodique est à la base d'une science prodigieusement féconde, la cristallographie, qui a été inventée par l'abbé d'Haüy au 18<sup>ème</sup> siècle dans l'emprise du Jardin des Plantes à Paris. Elle s'est développée depuis, avec des retombées multiples comme la détermination de la structure de l'ADN ou la compréhension du mécanisme à la base de l'effet transistor (pour ne citer que deux applications). Jusqu'au pavage de Penrose en 1974, et plus encore jusqu'à la découverte expérimentale des quasicristaux en 1982, cette science n'a souffert aucune exception et elle a finalement été élevée au rang de paradigme : tout solide ordonné est un cristal périodique. La découverte des quasicristaux par Shechtman en 1982 a mis ce bel édifice à terre en prouvant que des matériaux bien réels, synthétisés au laboratoire, obéissent au Pavage de Penrose. Les positions des atomes peuvent certes être regroupées par amas, mais leurs positions respectives ne peuvent se déduire les unes des autres par simple translation comme dans un cristal (Figure 2).

De plus, ces matériaux peuvent être produits par des voies métallurgiques classiques et ils correspondent à un état apparemment stable de la matière comme l'a montré en 1986 An Pang Tsai, professeur à l'université Tohoku au Japon et Dr Hon. Causa de l'Institut National Polytechnique de Lorraine à Nancy (Figure 9). Ils forment de magnifiques monocristaux (au même sens que les améthystes ou la calcite dans les géodes naturelles), de grande taille, avec des facettes qui reproduisent celles de l'icosaèdre ou du dodécaèdre pentagonal.<sup>[3]</sup> Le conférencier en a décrit et breveté les premières applications potentielles en 1988 dont il a présenté quelques exemples lors de son exposé.



Figure 9 : Trois des personnages dont les noms apparaissent dans cet article : A.P. Tsai, de l'Université Tohoku, à Sendai, Japon (à gauche), D. Shechtman, du Technion d'Haifa, Israël (au centre) et l'auteur. Shechtman a découvert le premier quasicristal en avril 1982 alors qu'il travaillait au National Bureau of Standards près de Washington aux USA. Il a été récompensé par le Prix Nobel de Chimie en 2011. Tsai a repris ce travail quelques années plus tard, en 1986, lors de sa thèse au Japon et a pu montrer à la surprise générale que ces matériaux quasicristallins, pour exotiques qu'ils soient, se forment de manière stable par refroidissement lent d'un alliage métallique de composition bien choisie (comme les alliages habituels). C'est cette caractéristique bien particulière qui sous-tend les brevets que l'auteur a déposés à partir de 1988.

En effet, les quasicristaux offrent un grand potentiel pour l'innovation. Des exemples sont l'isolation thermique à basse température (utilisant par exemple des composés Al-Cu-Fe, Figure 10), le stockage de l'hydrogène, la thermoélectricité, l'augmentation de l'activité catalytique à moindre coût, la réduction de la friction, l'optimisation de composites, la nanostructuration d'agrégats métalliques ou de films minces, le développement de procédés de fabrication de revêtements de surface innovants adaptés à des formes complexes, etc...



Figure 10 : Exemple d'une aube de turbine de moteur d'hélicoptère (échelle  $\frac{1}{2}$  environ) équipée d'un revêtement fait d'un alliage aperiodique. Ce matériau est aussi peu conducteur de la chaleur que la zircone. Il protège l'alliage dont est fait l'aube d'une trop forte élévation de température et prolonge ainsi sa durée

de vie. L'avantage par rapport à la zircone, couramment utilisée pour ce genre d'application, tient à la similitude des coefficients de dilatation thermique du matériau de revêtement et de l'alliage sous-jacent, à la différence de la zircone qui se fissure à l'interface avec le substrat lors des cycles thermiques imposés au moteur. Par contre, les températures de fonctionnement doivent être plus faibles pour le nouvel alliage en raison de sa température de fusion abaissée par rapport à celle de la zircone, ce qui limite son utilisation éventuelle dans ce cas précis aux moteurs d'hélicoptère.

Il reste quelques doutes quant à l'utilisation possible des quasicristaux pour le stockage de l'hydrogène à cause de la compétitivité avec d'autres matériaux tels que les métaux légers ou les nanotubes de carbone. Cependant, ce défi mérite le développement d'une recherche spécifique. Pour terminer, soulignons que les matériaux composites contenant des quasicristaux, ou des composés cristallins de composition et de structure voisines sont l'objet de diverses tentatives en vue de leur application pour l'augmentation des performances mécaniques, qu'il s'agisse de composites préparés par mélange avec des polymères ou des métaux légers ou par renforcement *in situ* produit par nano précipitation de particules (Figure 11). Le grossissement des grains est prévenu grâce à la faible énergie de surface, mais il est aussi envisagé d'utiliser l'énergie de surface particulièrement faible des quasicristaux afin d'éviter les phénomènes d'auto-soudure de parties mécaniques placées sous vide en contact étroit sous forte pression, par exemple dans des satellites, ou pour des applications dans la technologie du vide.



Figure 11 : Cette pièce, de 7 cm de diamètre environ, ne peut pas être réalisée par des techniques d'usinage classiques. Elle est par contre relativement aisée à obtenir par prototypage rapide à partir d'un mélange de poudres de polymère et d'alliage métallique. Le matériau organique est tout d'abord polymérisé sous l'effet d'un faisceau laser, ce qui laisse une forme solide qui peut être manipu-

lée. Placée dans un four, cette préforme voit le polymère s'évaporer lors d'une phase de préchauffage, laissant la poudre métallique en place. A plus haute température, cette poudre se fritte, devient donc mécaniquement résistante, ce qui réalise la pièce directement aux dimensions finales. Au mieux de notre connaissance, seules les poudres quasicristallines brevetées par l'auteur permettent aisément cette manipulation pour des pièces destinées à l'automobile ou l'aéronautique, au contraire des alliages métalliques légers classiques. Le procédé attaché à cette invention fait l'objet d'une protection des droits de propriété intellectuelle des inventeurs.<sup>[4]</sup>

En conclusion, la fascination qu'exerce le nombre d'or sur les artistes et les architectes s'étend désormais aux acteurs du monde des sciences dures (exactes et quasi-exactes), et en particulier aux cristallographes, aux physiciens du solide et aux métallurgistes. L'auteur a tenté de faire partager l'enthousiasme qu'il nourrit pour les architectures atomiques qui résultent de l'action du nombre d'or, tout en montrant, très prosaïquement, que des applications pratiques peuvent en découler. Ces applications ont fait l'objet d'un ouvrage publié en anglais.<sup>[5]</sup>

*Crédit des figures : de nombreuses figures sont extraites de Wikipedia.*



## Discussion

S'ensuit alors une intervention de Monsieur Michel Vicq qui interroge le conférencier sur trois thèmes :

*Le principe de la règle d'or a-t-il servi, dans le passé, à la construction des grands édifices ?*

Oui incontestablement, répond le conférencier comme il a servi dans la peinture artistique.

*Peut-on considérer que le nombre d'or a été jadis matérialisé (sous forme d'une barre de bois, par exemple) pour servir de référence aux constructeurs ?*

Oui, mais d'une manière approximative compte tenu de l'impossibilité de réaliser un quelconque étalon avec précision

*À quoi correspondent les hautes et basses températures de votre exposé ?* Les hautes températures sont les températures plus élevées que la température ambiante et les basses sont celles qui se situent en dessous de l'ambiante répond J.-M. Dubois.

*Les scientifiques qui fabriquent des nanomatériaux, tiennent-ils compte du nombre d'or ?* Telle est la question posée par Madame Keller-Didier au conférencier lequel répond oui si la particule est très petite : sa structure devient alors icosaédrique.

Monsieur Henri Claude déclare qu'au cours des siècles, les artistes, peintres, sculpteurs, et architectes, ont cherché le secret d'une harmonie par l'intermédiaire d'un nombre d'or (appelé également «section d'or» ou «divine proportion») qui permettrait à l'artiste d'accéder à la «beauté idéale». Ainsi, à la fin du XIX<sup>ème</sup> siècle et au début du XX<sup>ème</sup>, de nombreux artistes se référant, en particulier, à la suite de Fibonacci, ont développé des théories et écrit divers traités très commentés. C'est le cas de Seurat, de Paul Sérusier (disciple de Gauguin) et du groupe dit de Puteaux comprenant les frères Deschamps, Gleizes et Metzinger. Il faut encore citer André Lhote et ses «invariants plastiques» que l'artiste doit prendre en compte pour donner à son œuvre équilibre et harmonie.

*Dans quelle mesure, s'interroge Monsieur Bur, Vasarely ou d'autres peintres contemporains ont-ils pu avoir connaissance d'images aussi suggestives que celles montrées par le conférencier.* Celui-ci lui répond que cela est difficile à dire mais que cette possibilité n'est pas à exclure.



## Notes

- [1] D. Shechtman et al. Phys. Rev. Lett. 53-20 (1984) 951.
- [2] R. Penrose, Inst. Math. Appl. Bull. 10 (1974) 266.
- [3] Le lecteur qui souhaiterait en apprendre plus sur les arrangements atomiques dans ces matériaux pourra utilement consulter cet ouvrage : Les quasicristaux, matière à paradoxes, C. Janot et J.M. Dubois, EDP Sciences, Les Ulis, 1998.
- [4] S. Kenzari et V. Fournée, Brevet Français n° FR0801897 en date du 07/04/08.
- [5] J.M. Dubois, Useful Quasicrystals, World Scientific, Singapore, 2005.