

## Communication de Monsieur Jean-Louis Clerc



Séance du 22 avril 2016 2016



### Alexandre Grothendieck un docteur en mathématiques nancéien dans la fureur du XX<sup>e</sup> siècle

C'est le 13 novembre 2014, à l'âge de 86 ans, que s'est éteint Alexandre Grothendieck. Les media mentionnent tout d'abord son œuvre mathématique d'une qualité exceptionnelle, n'hésitant pas pour certains à le qualifier de "plus grand mathématicien" de la deuxième moitié du XX<sup>e</sup> siècle. Un deuxième thème apparaît dans les articles qui lui sont consacrés, sous le titre (quelque peu racoleur) du "mystère Grothendieck". Celui-ci vivait en solitaire depuis une vingtaine d'années dans le petit village de Lasserre dans l'Ariège, en ayant coupé tout contact avec le monde extérieur, tant avec ses proches (et notamment ses cinq enfants) qu'avec ses anciens collègues ou relations. Enfin, mais plus rarement, lui est attribué un rôle dans la naissance de l'écologie politique en France, José Bové le qualifiant même de "père des zadistes".

Mon plan ne suit pas strictement la chronologie et comprend quatre parties.

- Grothendieck mathématicien
- Les parents et l'enfance d'Alexandre
- Le grand tournant : politique, professionnel, privé
- Le reclus volontaire

## 1. Grothendieck mathématicien

Élève du Collège Cévénol à Chambon-sur-Lignon, Alexandre Grothendieck obtient le baccalauréat en juin 1945, avec mention Très Bien. Il est d'une famille pauvre, son père est décédé et sa mère bénéficie d'une modeste bourse en tant que réfugiée. A la suite d'une attaque de tuberculose pendant la guerre, elle est en mauvaise santé et parvient difficilement à faire quelques travaux comme femme de ménage. De son côté, le jeune Grothendieck participe aux vendanges et au ramassage des fruits. Quittant le camp où ils ont passé la fin de la guerre, ils s'installent dans une maison à Meyrargues, en proche banlieue de Montpellier. Alexandre a décidé de préparer la licence de mathématiques à la Faculté des Sciences de Montpellier. Il n'apprécie guère l'enseignement, qu'il trouve scolaire, routinier et peu rigoureux. Il fréquente peu les amphithéâtres, mais travaille par lui-même le programme. Il obtient des résultats contrastés : très bons dans les mathématiques les plus fondamentales, passables dans les domaines appliqués. En deuxième année, il échoue au certificat d'astronomie, ce qui le contraint à faire une troisième année de licence. Il est définitivement reçu en juin 1948.

Durant sa licence, il consacre beaucoup de temps à réfléchir à une question qui le taraude depuis le lycée. Insatisfait de l'absence de définition des notions de longueur, de surface et de volume dans l'enseignement secondaire et universitaire, il élabore par lui-même un fondement rigoureux à ces notions.

### Intermède mathématique : le paradoxe de Banach-Tarski

*La notion de volume pour un corps solide est progressivement acquise dans l'enfance. A l'école élémentaire, on apprend quelques formules pour calculer des volumes particuliers (cube, pyramide, boule), mais il n'y a pas de définition générale et précise de la notion de volume. Pour tenter de définir cette notion, les mathématiciens utilisent la voie axiomatique. On veut associer à une partie  $S$  de l'espace un nombre ("volume de la partie  $S$ "), de manière à satisfaire les deux propriétés suivantes :*

- *si une partie  $S$  se compose de deux parties disjointes  $S_1$  et  $S_2$ , alors le volume de  $S$  doit être égal à la somme du volume de  $S_1$  et du volume de  $S_2$  (axiome d'additivité).*
- *si on déplace une partie  $S$  dans l'espace (par une translation ou une rotation) alors le volume est inchangé (axiome d'invariance par déplacement).*

*Voici maintenant le paradoxe de Banach-Tarski. On considère une boule de rayon 1. On démontre qu'il existe une décomposition de cette boule en un nombre fini de parties disjointes, telle qu'après avoir effectué, pour chacune des parties, une rotation bien choisie, on peut recomposer avec ces parties deux boules de rayon 1.*

*Ce résultat est fortement contre-intuitif. Précisons que les parties ne sont pas décrites explicitement et en particulier ne peuvent pas être réalisées "physiquement" (par découpage à la scie ou autres procédés). Si l'on raisonne maintenant en termes de volume, on voit que le volume final est double du volume initial. Or les opérations effectuées (décomposition disjointe et rotations) doivent conserver le volume total! Pour sortir du paradoxe, il faut donc se faire à l'idée qu'il n'est pas possible d'attribuer un volume aux parties de la décomposition. A fortiori, il n'est donc pas possible d'attribuer un volume à n'importe quelle partie de l'espace. Il faut introduire la notion de partie mesurable, et pour celles-ci on peut alors construire une notion de volume satisfaisant les axiomes d'additivité et d'invariance par déplacement.*

Le paradoxe de Banach-Tarski illustre de manière spectaculaire les difficultés à définir la notion de volume. C'est pourtant ce que va réaliser le jeune Grothendieck (qui n'avait pas connaissance de ce paradoxe), sous forme d'un manuscrit écrit sur du mauvais papier, sans laisser de marge pour des raisons d'économie (c'est la sortie de la guerre et le papier est rare et cher)<sup>[1]</sup>. Il parle de ses résultats à l'un de ses professeurs, Jacques Soula, avec qui il a sympathisé. Celui-ci est impressionné par cet étudiant, et le recommande auprès de son ancien directeur de thèse Elie Cartan (1869-1951) pour une poursuite d'études en mathématiques à Paris. Elie Cartan, retraité, transmet la recommandation à son fils Henri Cartan (1904-2008), qui accepte de l'accueillir. Entre temps, Alexandre Grothendieck obtient une bourse de l'Entraide Universitaire Française, association qui aide les étudiants étrangers. Grothendieck peut en bénéficier au titre de son statut d'apatride.

Il passe l'année universitaire 1948-1949 à Paris, où il est projeté au cœur de l'activité mathématique parisienne. Les mathématiques françaises ont commencé leur rénovation, sous l'impulsion des Bourbakistes et en particulier d'Henri Cartan. Professeur à l'Ecole Normale Supérieure, il anime un séminaire très exigeant pour les participants, qui va contribuer à faire de la place parisienne au début des années cinquante un centre international de recherche unanimement réputé. Le jeune Grothendieck confessa plus tard qu'il se sentait noyé sous la masse de connaissances nouvelles qu'il ne maîtrisait pas. Mais il avait trouvé ce qui lui avait manqué durant ses études antérieures : des collègues (étudiants et chercheurs) qui partagent son envie et sa passion de faire des mathématiques. Outre les cours à l'Ecole Normale et le séminaire Cartan, il va aussi écouter Jean Leray (1906-1998) au collège de France.

A la rentrée 1949, sur la recommandation d'Henri Cartan, il obtient une bourse pour préparer une thèse en mathématiques à Nancy sous la direction de Laurent Schwartz (1915-2002) et de Jean Dieudonné (1906-1992). Le département de mathématiques de la Faculté des Sciences de Nancy durant la

période 1935-1955 est l'un des plus attractifs de France. Cela est dû en grande partie à Jean Delsarte (1903-1968), membre fondateur de Bourbaki, doyen de la Faculté des Sciences qui s'arrange pour faire venir à Nancy comme professeurs de jeunes membres de Bourbaki. C'est Dieudonné qui accueille Grothendieck. Pendant son année parisienne, dans la continuité de son travail à Montpellier, Grothendieck a rédigé un article qui est vertement critiqué par Dieudonné pour cause de "généralisation sans intérêt". Avec Laurent Schwartz, il viennent d'écrire un article sur les espaces vectoriels topologiques, qui se termine par une série de problèmes ouverts, et ils lui proposent de s'y attaquer.

### Intermède mathématique : les espaces vectoriels topologiques

*A la fin du XVIII<sup>e</sup> siècle et surtout au début du XIX<sup>e</sup>, émerge la notion de fonction. Jusqu'à cette période, une fonction était liée à une formule explicite, même si l'introduction du logarithme et de quelques autres fonctions avait quelque peu élargi le champ. Les équations différentielles sont progressivement introduites, sous l'influence notamment de la mécanique et plus généralement de la physique. A l'instar des équations numériques, il faut envisager une fonction inconnue arbitraire. Si certaines équations différentielles ont des solutions parmi les fonctions déjà répertoriées, d'autres ne peuvent être résolues qu'en faisant appel à de nouvelles fonctions, souvent obtenues par des procédés d'approximation, comme pour les équations numériques. Pour ce faire, il faut préciser ce qu'on entend par deux fonctions "proches". Dans le cas de deux nombres  $a$  et  $b$ , on utilise la quantité  $|a - b|$ , qui sert à mesurer l'écart entre les deux nombres. Cela suggère dans le cas de deux fonctions  $f(x)$  et  $g(x)$  d'utiliser le maximum de  $|f(x) - g(x)|$  sur toutes les valeurs possibles de la variable  $x$ . Les fonctions sont d'autant plus proches que ce nombre est petit. A deux fonctions  $f(x)$  et  $g(x)$  on a ainsi associé un nombre, qui sera noté ultérieurement  $|f - g|$ , appelé distance entre les deux fonctions. Cette notion se révèle fort utile, mais souvent insuffisante. Par exemple, si les fonctions  $f$  et  $g$  sont dérivables, il est souvent nécessaire de contrôler aussi la proximité de leurs dérivées  $f'$  et  $g'$ , et donc on utilisera deux quantités, à savoir  $|f - g|$  et  $|f' - g'|$ . Il existe bien d'autres procédés, par exemple en utilisant la valeur moyenne de l'écart  $|f(x) - g(x)|$ . Durant tout le XIX<sup>e</sup> siècle, les mathématiciens vont multiplier les méthodes de quantification de la notion de proximité entre deux fonctions, les choix étant fonction des problèmes à résoudre. Un point de vue plus axiomatique apparaît avec divers types d'espaces fonctionnels (espaces de Banach, de Hilbert, de Fréchet, etc.) pour aboutir finalement à la notion d'espace vectoriel topologique, qui englobe tous les exemples d'espaces fonctionnels précédemment définis.*

En 1944, Laurent Schwartz a construit de nouveaux types d'espace vectoriels topologiques (dont les espaces appelés depuis *espaces de Schwartz*) en relation avec ses travaux sur les distributions qui devaient lui valoir la médaille Fields

en 1950. La théorie des distributions est particulièrement importante pour ses applications aux équations aux dérivées partielles, à l'analyse harmonique et à la physique. L'étude des propriétés de ces nouveaux espaces est menée avec succès par L. Schwartz. Dans une collaboration avec Jean Dieudonné, ils élargissent la perspective, obtiennent des résultats pour de vastes classes d'espaces vectoriels topologiques, accompagné d'une longue liste de problèmes ouverts. Ce sont ces questions qui sont proposées au jeune Alexandre Grothendieck en vue d'une thèse.

Il fournit rapidement des réponses à la plupart de ces questions, gagnant l'admiration de L. Schwartz et plus encore de J. Dieudonné. Ils lui proposent alors d'étudier *les produits tensoriels* d'espaces vectoriels topologiques. L. Schwartz a su traiter le problème dans le cas particulier des espaces qu'il a introduits, obtenant notamment le célèbre *théorème des noyaux*. Mais il est conscient que la généralisation réclame des idées nouvelles. Alexandre Grothendieck en fait une étude exhaustive, qui l'amène notamment à inventer la notion d'*espaces nucléaires*, ceux pour lesquels une version adéquate du théorème des noyaux de L. Schwartz est valable. On remarquera au passage le soin avec lequel Grothendieck choisit la terminologie concernant les notions qu'il définit.

Ces travaux font l'objet de sa thèse soutenue en 1953, qui lui vaut aussitôt une réputation internationale. Agé de 25 ans, il est devenu le maître reconnu de la théorie des espaces vectoriels topologiques. Dans les années 1953-1956, il obtient de nombreux autres résultats, et on peut considérer qu'il épuise les problèmes généraux de la théorie des espaces vectoriels topologiques, qui n'a plus connu de développement significatif depuis lors.

Peu avant son départ de Nancy, Grothendieck a une liaison avec sa logeuse Aline Driquet, dont naît Serge. Après une longue séparation, Serge se rapprochera de son père à la fin des années soixante.

Apatride, et refusant d'envisager sa naturalisation française par crainte d'avoir à effectuer son service militaire, il ne peut espérer un poste permanent de professeur en France. Il passe les trois années suivantes à l'étranger, d'abord au Brésil puis aux Etats-Unis. Il revient en France en 1956, sur un poste de maître de recherche au CNRS. Il connaît un long moment de dépression en 1957 à la mort de sa mère, avec qui il a eu une relation à la fois très intense et très conflictuelle. Il rencontre sa future femme Mireille, avec qui il aura trois enfants.

Sous l'influence de Jean-Pierre Serre (1926-), il s'oriente alors vers la géométrie algébrique.

## Interlude mathématique : la géométrie algébrique

*La géométrie algébrique naît avec l'introduction par Descartes des coordonnées cartésiennes. Dans un plan, une fois choisis une origine et deux axes perpendiculaires, un point  $M$  du plan est représenté par ses deux coordonnées  $(x,y)$ , l'abscisse et l'ordonnée. Si l'on impose une contrainte aux deux coordonnées, il n'y a plus qu'un degré de liberté, et les points correspondants vont se trouver sur une courbe. Si la contrainte est de la forme  $P(x,y)=0$  où  $P$  est un polynôme à deux variables, la courbe correspondante est dite **algébrique**. Descartes observe que beaucoup de courbes classiques, connues depuis les Grecs (comme les coniques) ou introduites ultérieurement sont des courbes algébriques. Le recours aux coordonnées permet de transformer des problèmes de géométrie en problèmes d'algèbre. Ces considérations se généralisent facilement. On peut passer à la géométrie dans l'espace (avec trois coordonnées) : si l'on impose une contrainte, on obtient une surface avec deux degrés de liberté, si l'on impose deux contraintes on obtient une courbe dans l'espace, avec un seul degré de liberté. Dans une nouvelle généralisation, on peut envisager un nombre arbitraire de coordonnées et un nombre arbitraire de contraintes, donnant naissance à la notion de **variété algébrique**.*

*Les nombres complexes se sont imposés progressivement en algèbre. Ils procurent des avantages indéniables dans l'étude des équations algébriques. Une équation de degré  $n$  a  $n$  racines complexes (à condition de les compter avec leur multiplicité). Si l'on ne s'intéresse qu'aux racines réelles, déjà une équation de degré deux (par exemple  $x^2+1=0$ ) peut n'avoir aucune racine réelle. La géométrie algébrique devient elle aussi complexe, abandonnant apparemment ses liens avec l'univers réel, mais gagnant en généralité des énoncés.*

*Au cours du XIX<sup>e</sup> siècle, l'algèbre et la géométrie algébrique évoluent de concert. Riemann (1826-1866) avait réussi pour la géométrie différentielle la sortie du cadre d'un espace défini a priori (l'espace euclidien) dans lesquels vivent les objets géométriques pour adopter un point de vue **intrinsèque**, en utilisant des **cartes locales**, notion reprise des géographes. La transposition de ces techniques en géométrie algébrique est problématique, et malgré de nombreux efforts, la question est toujours d'actualité dans les années 50.*

*Le grand mouvement de refondation des mathématiques sur une base axiomatique qui se développe au début du XX<sup>e</sup> siècle est très puissant et très productif en algèbre, mais la géométrie algébrique résiste aux nombreuses tentatives pour la refonder.*

*A la même époque, l'activité des géomètres s'est largement orientée vers ce qu'on peut appeler la **théorie de la forme** (c'est sous ce nom que A. Grothendieck en parle). Sommairement, deux objets géométriques ont même forme si on peut déformer l'un en l'autre par une "déformation continue", étant entendu qu'il faut donner un sens précis à cette notion. Pour donner un exemple, considérons d'une part une*

sphère (un ballon de football) et un tore (une chambre à air de pneumatique). On se convainc aisément que par une déformation continue de la sphère on ne pourra jamais obtenir un tore. Celui-ci possède un "trou" (à travers lequel on peut passer le bras) alors que ce n'est pas le cas de la sphère. On concevra cependant que donner une formulation rigoureuse et une démonstration de ce fait puisse réclamer de très longs développements mathématiques. On construit pour celat des **invariants de forme**, c'est-à-dire des quantités liées aux objets mathématiques considérés qui restent invariants par déformation continue. Si de telles quantités calculées pour la sphère et pour le tore sont différentes, alors on est sûr qu'on ne peut pas déformer la sphère en un tore. La construction de tels invariants relève de la **topologie algébrique**, dont H. Poincaré (1854-1912) fut l'un des initiateurs. Après avoir introduit des nombres comme quantités invariantes, les géomètres/topologues ont développé des outils plus sophistiqués et surtout plus puissants, relevant des théories dites (co)-homologiques.

Pour terminer cette présentation de la géométrie algébrique à l'époque où Grothendieck va s'y atteler, il faut évoquer les **conjectures de Weil**. Les équations algébriques dont nous avons parlé précédemment avaient été considérées du point de vue de l'arithmétique dès l'antiquité<sup>[2]</sup>. On suppose que les coefficients de l'équation sont des nombres entiers, et on s'intéresse aux solutions qui sont des nombres entiers. On parle alors d'équations diophantiennes<sup>[3]</sup>. Le plus célèbre problème est le fameux théorème de Fermat, conjecturé par Pierre Fermat (1607(?)-1665) et finalement démontré en 1995 par le mathématicien écossais Andrew Wiles (1953- ). Les méthodes traditionnelles utilisaient les propriétés arithmétiques des nombres entiers (divisibilité, congruences), et, à la différence du point de vue algébrique évoqué précédemment, chaque équation réclame un traitement spécifique. Au cours du XIX<sup>e</sup> siècle, se sont développées des méthodes qui ont rapproché le point de vue diophantien et le point de vue algébrique, en envisageant les solutions des équations modulo  $p$ , ou  $p$  est un nombre premier. Sans rentrer dans les détails, disons qu'une solution en nombre entier fournit une solution de l'équation modulo  $p$ , mais il peut exister des solutions modulo  $p$  qui ne proviennent pas d'une solution entière. Du point de vue des propriétés de l'addition et de la multiplication, les entiers modulo  $p$  ont un meilleur comportement que l'ensemble des entiers (techniquement, ils forment un corps), permettant d'utiliser dans une large mesure les méthodes algébriques générales pour la résolution des équations modulo  $p$ . Ces méthodes s'appliquent plus généralement à la résolution des équations dans un corps fini quelconque.

En 1949, la mathématicien français André Weil (1906-1998) énonce une série de conjectures concernant les variétés algébriques, qui rapprochent les deux points de vue. Pour un système d'équations algébriques à coefficients entiers, ces conjectures mettent en relation (de manière très précise) les invariants de forme de la variété complexe définie par ce système d'équations d'une part, et des quantités

*définies à partir des nombres de solutions de ces mêmes équations sur des corps finis d'autre part. Ce qui est remarquable, c'est ce rapprochement suggéré entre deux théories a priori très éloignées : la géométrie (on est dans le domaine du continu) et l'arithmétique (on est dans le domaine du discret).*

Alexandre Grothendieck obtient rapidement des résultats remarquables en géométrie algébrique classique. L'un, technique, paraît dans une modeste revue japonaise, mais il est reconnu comme fournissant un moyen de surmonter certaines des difficultés qui apparaissent dans la tentative de généraliser la géométrie algébrique. Son résultat suivant est une généralisation du *théorème de Riemann-Roch*, un des plus importants résultats du XIX<sup>e</sup> siècle dans le domaine. En 1958, il présente au Congrès International des Mathématiciens un projet de refondation de la géométrie algébrique, avec en ligne de mire la résolution des conjectures de Weil.

A cette période, il rejoint l'IHES, un Institut de recherche récemment créé sur le modèle de l'Institute for Advanced Studies à Princeton, qui s'installe en 1961 à Bures-sur-Yvette.

De 1960 à 1967, il publie, avec l'aide de Jean Dieudonné pour la rédaction, les *Éléments de Géométrie Algébrique*, qui refondent et élargissent considérablement le champ de la géométrie algébrique. En parallèle il anime le Séminaire de Géométrie Algébrique, auxquels participent activement ses élèves. Les exposés sont progressivement rédigés et publiés (avec des délais importants) de 1970 à 1977. Le total des publications (EGA+SGA) représente environ 7500 pages.

Au-delà des innombrables difficultés techniques qu'il a dû surmonter, Grothendieck est l'inventeur de nombreux concepts qui se sont révélés particulièrement féconds, et pas seulement en géométrie algébrique. En outre, il va utiliser systématiquement la *théorie des catégories*. C'est un outil très abstrait, qu'on peut voir comme une réflexion en amont sur les propriétés axiomatiques qu'il faut exiger pour espérer démontrer un certain type de résultats.

En 1966, la médaille Fieds, considérée comme la plus haute récompense en mathématiques lui est décernée. Il est reconnu dans le monde entier comme un mathématicien exceptionnel.

Avant d'aborder la suite de sa vie et ce que Grothendieck a lui même appelé le "grand tournant", il nous faut revenir sur l'histoire de ses parents et sa jeunesse.

## 2. Les parents et l'enfance d'Alexandre

Son père Alexandre (Sacha) Shapiro est originaire d'une communauté juive hassidique des confins de l'Ukraine, de la Russie et du Bélarus. Très jeune, il part pour Moscou où il devient un militant révolutionnaire, dans la mouvance



anarchiste. Il est arrêté par la police tsariste, condamné à mort, peine commuée en raison de son jeune âge en une lourde de peine de prison. Libéré en 1917, il rejoint les partisans de Makhno en Ukraine. Il est arrêté par les autorités soviétiques et condamné à une peine de prison. Il s'évade, s'enfuit d'URSS, est blessé lors de sa fuite et est amputé d'un bras. Au début des années 1920, il s'installe à Berlin sous la nouvelle identité de Tanaroff, survit difficilement comme photographe de rue et journaliste indépendant, tout en continuant ses activités politiques.

Hanka Grothendieck, la mère d'Alexandre est originaire d'une famille bourgeoise de Hambourg. Mariée, mère d'une fillette appelée Maïdi, elle se révolte contre l'esprit de la bourgeoisie, quitte son mari et s'installe à Berlin, publie divers articles dans des revues et des journaux proches des révolutionnaires libertaires. Elle fait la connaissance de Shapiro/Tanaroff. De leur union naît Alexander, le 28 mars 1928. Il est élevé dans une ambiance libertaire et militante.

Avec la montée du nazisme, Sacha Schapiro décide en 1933 de quitter l'Allemagne pour Paris. Quelques mois plus tard, Hanka le rejoint. Elle confie la garde d'Alexander (âgé de cinq ans) à un couple de Hambourg, les Heydorn, qui gèrent un foyer pour enfants. Les parents d'Alexander gagnent l'Espagne pour participer au combat des Républicains Espagnols. Avec le reflux des troupes républicaines, ils repassent en France fin 1938. De leur côté, les Heydorn, inquiets pour la sécurité d'Alexander, organisent son départ pour Paris, où il retrouve ses parents en mai 1939. Suite à l'évolution de la politique française envers les réfugiés espagnols, Shapiro/Tanaroff est interné en octobre 1939 au camp du Vernet. Hanka et Alexander sont assignés au camp du Rieucros. En août 1942, Alexandre Shapiro/Tanaroff fait partie d'un contingent de 30 000 Juifs dont les Nazis ont demandé la déportation à la France. Intégré au convoi 19 parti de Drancy, il est déporté au camp d'Auschwitz-Birkenau, où il est exécuté le 17 août 1942.

Dans la même période, Hanka, atteinte d'une tuberculose mal soignée dont elle subira les conséquences pour le restant de ses jours, est mutée au camp de Gurs (Basses-Pyrénées). Quant à Alexander, il est pris en charge par la CIMADE et caché à Chambon-sur-Lignon. Il est scolarisé au Collège Cévénol. A la fin de la guerre il retrouve sa mère. Ils s'installent à Meyrargues, près de Montpellier.

Il témoignera plus tard des habitudes prises dans sa jeunesse : goût de la solitude et de la réflexion personnelle au-delà des enseignements reçus. L'impression de ses professeurs est celle d'un élève intelligent, mais de caractère difficile et peu enclin à se laisser guider. Ses succès ultérieurs ne doivent pas faire

oublier que son parcours diffère fondamentalement du parcours-type du jeune mathématicien français de l'époque : ni classe préparatoire, ni Ecole Normale Supérieure. En revanche, une enfance bouleversée à plusieurs reprises, qui l'ont obligé à se prendre en charge et à compter d'abord sur ses propres forces.

### 3. Le grand tournant

Les années de 1968-1974 sont une période très chaotique dans la vie d'Alexandre Grothendieck. Je tente d'en rendre compte sous trois aspects : politique, professionnel et privé.

- **politique**

En 1966, il refuse de se rendre à Moscou pour recevoir la médaille Fields. Il dénonce l'absence de liberté en URSS, en liaison avec l'affaire Siniavski-Daniel. En 1967, en pleine guerre du Viet-Nam, il séjourne à Hanoï pour une série de conférences scientifiques et il apporte son soutien aux victimes des bombardements américains.

En mai 1968, il se rend à un meeting d'étudiants à la Faculté des Sciences d'Orsay pour leur apporter son soutien. Il y est conspué et se voit reprocher l'élitisme des mathématiques. Il en ressort très marqué et entreprend une réflexion sur sa pratique scientifique.

En 1969, apprenant fortuitement que l'IHES bénéficie de crédits militaires (pour un faible montant), il demande à l'administrateur d'y renoncer et tente de mobiliser ses collègues. Suite au refus de l'administrateur et au faible soutien de ceux-ci, il démissionne de l'IHES en 1970.

Il commence à donner quelques conférences au cours desquelles il appelle ses pairs à renoncer à toute subvention de source militaire, et dénonce la soumission croissante de la science au complexe militaro-industriel.

En 1970, il crée avec quelques collègues français et nord-américains le mouvement Survivre, dénonçant l'alliance contre-nature de la science et de l'armée et plus généralement la démission des scientifiques devant leur responsabilités par rapport aux périls qui menacent la société (armement nucléaire, pollutions, déséquilibres écologiques). Le mouvement prône l'action non-violente et la désobéissance civile.

Venu présenter le mouvement Survivre au colloque international des mathématiciens qui se tient à Nice en 1970, il est déçu du peu de réactions de ses collègues et s'éloigne progressivement de la communauté mathématique.

En 1970 et 1971, il est l'animateur du bulletin Survivre, qui conquiert

une certaine audience et attire des militants d'horizons variés. Les thèmes de la contestation évoluent : démystification de la science et dénonciation du scientisme, opposition au nucléaire civil, intérêt pour l'agrobiologie et la défense de l'environnement. A partir de 1972, des tensions internes apparaissent au sein du mouvement (rebaptisé Survivre et Vivre) qui commence à se disloquer, victime d'entrisme de la part de certaines fractions d'extrême gauche. Alexandre Grothendieck s'en éloigne et renonce au projet politique. Après son installation dans les Cévennes, il participe à une communauté néo-rurale, prônant une nouvelle agriculture respectueuse de l'environnement. Il milite contre l'extension du camp militaire du Larzac et participe activement aux manifestations organisées par les paysans du Larzac.

- **professionnel**

Le programme de refondation de la géométrie entrepris par Grothendieck a pris de l'ampleur, mais les rédactions ont pris du retard. Il réfléchit à des développements encore plus généraux (*la théorie des motifs*), pendant que ses élèves s'émancipent en partie de sa tutelle, pour se tourner vers des applications de la théorie générale. Pierre Deligne (1944- ), le plus brillant des élèves de Grothendieck démontre les conjectures de Weil en 1974.

A la suite de sa démission de l'IHES, il se voit proposer, suite aux démarches de J.-P. Serre, un poste temporaire au Collège de France. Il propose de consacrer une partie de ses cours à un débat autour du thème "Science et technologie dans la crise évolutionniste actuelle : allons-nous continuer la recherche scientifique?" Suite à l'avis majoritairement négatif de l'Assemblée des professeurs du Collège de France sur son projet, son poste n'est pas renouvelé l'année suivante. Après une année transitoire à Orsay, il est nommé professeur à l'Université de Montpellier en 1973, poste qu'il occupera jusqu'à sa retraite en 1988. Il renonce à la vie scientifique publique (publications et colloques) et refuse les distinctions scientifiques qui lui sont attribuées (notamment le prix Crafoord en 1988). Il continue de correspondre avec divers mathématiciens et réfléchit par périodes à de nouvelles idées mathématiques (théorie de Galois et topologie algébrique généralisées) qui donnent lieu à des rédactions partielles. Certaines ont circulé dans le milieu mathématique, sont reconnues comme d'un intérêt majeur et sont encore aujourd'hui en cours de développement.

- **privé**

A. Grothendieck et sa femme se séparent, puis divorcent. En 1972, il fait la connaissance d'une étudiante américaine, Judith. Ils fondent une communauté d'abord en banlieue parisienne, puis dans les Cévennes, dans l'esprit du mouvement de "contre-culture" de l'époque. Judith qui ne supporte pas cette

nouvelle vie quitte rapidement la communauté et retourne aux Etats-Unis, emmenant avec elle le fils né de son union avec Grothendieck.

Grothendieck entame alors un retour sur lui-même, sur son enfance et la vie de ses parents. Il s'intéresse aux sagesses orientales, et notamment au taoïsme. Il découvre la méditation et pratique intensément le jeûne jusqu'à mettre en péril sa santé. Entre 1983 et 1985, il rédige "Récoltes et Semailles", un long document en partie auto-biographique. On y trouve des souvenirs de son enfance et des développements sur sa conception des mathématiques, mais aussi une longue critique des pratiques et comportements des collègues mathématiciens, particulièrement de certains de ses anciens élèves. Ceux-ci se voient reprocher de ne pas avoir continué le développement des idées qu'il avait esquissées et, de manière quelque peu contradictoire, de l'avoir pillé sans reconnaître explicitement l'originalité de son travail. On y perçoit surtout la tension entre le mathématicien entièrement investi dans ses tâches créatrices et le fils qui voue fidélité aux idéaux de ses parents, sans parvenir à trouver un équilibre entre les deux.

#### 4. Le reclus volontaire

Il prend sa retraite universitaire en 1988. En 1991, il confie des milliers de pages de notes à l'un de ses anciens collègues de l'Université de Montpellier, et part s'installer à Lasserre, un village en Ariège, entamant une réclusion volontaire. Ce lieu de retraite a sans doute été choisi pour sa proximité avec le camp du Vernet où son père fut interné. Il coupe progressivement les liens avec ses proches et ses anciens collègues. Il consacre son temps au jardinage, aux promenades solitaires, à la méditation et à l'écriture. Il s'intéresse à la spiritualité et aux mystiques, déclare « s'efforcer d'obtenir que Dieu lui parle et lutter sans relâche contre Satan ». En 2010, il interdit toute publication de ses œuvres non déjà publiées (dont les notes déposées à Montpellier) et demande le retrait de ses textes accessibles par Internet. A sa mort, ses enfants découvrent des dizaines de milliers de pages écrites à Lasserre, méthodiquement rangées dans de grandes caisses qu'il a fait faire à dessein. L'ensemble des documents non-publiés de Grothendieck fait l'objet d'un contentieux entre l'Etat, l'Université de Montpellier et les enfants de Grothendieck. Il est partiellement résolu, et les documents remis à l'Université de Montpellier sont désormais accessibles en ligne.

## Notes

- [1] En fait, comme Grothendieck l'apprendra à son arrivée à Paris, ces problèmes de définition rigoureuse de longueur, surface ou volume avaient été résolus au début du XX<sup>e</sup> siècle par Henri Lebesgue (1875-1941).
- [2] C'est un point commun à de nombreuses civilisations anciennes, sumérienne, égyptienne, indienne, chinoise ou grecque
- [3] du nom du mathématicien grec Diophante d'Alexandrie, dont la vie est très mal connue



## Quelques éléments de biographie

Le site [www.grothendieckcircle.org](http://www.grothendieckcircle.org) contient de nombreux documents de ou au sujet de Grothendieck. Le texte de "Récoltes et Semailles", autobiographie de Grothendieck qui n'a pas été publiée n'est plus disponible sur ce site après la demande de retrait formulée par la famille de Grothendieck. Une biographie de grande ampleur, entreprise par W. Scharlau et L. Schneps est partiellement disponible, en langue allemande ou anglaise principalement.

En langue française, signalons deux biographies "grand public" : Ph. Douroux : *Alexandre Grothendieck, Sur les traces du dernier génie des mathématiques*, Allary éditions (2016). G. Bringuier : *Alexandre Grothendieck, Itinéraire d'un mathématicien hors normes*, éditions Privat (2016)

Parmi les nombreux témoignages de collègues et élèves, un texte de P. Cartier accessible à l'adresse : <http://inference-review.com/article/un-pays-dont-on-ne-connaissait-que-le-nom>

Pour ce qui concerne l'œuvre mathématique, on pourra consulter le livre : *Alexandre Grothendieck : a mathematical portrait*, recueil de textes édité par L. Schneps (International Press).

Concernant l'histoire du groupe Survivre, on dispose d'une présentation historique accompagnée de larges extraits de la revue du groupe : *Survivre et vivre, critique de la science, naissance de l'écologie*, ouvrage coordonné par C. Plessis aux éditions l'Échappée (2014).